

# Atelier : L'énergie nucléaire en Astrophysique

Elisabeth Vangioni

Institut d'Astrophysique de Paris

Fleurance, 8 Août 2005

*Une calculatrice, une règle et du papier quadrillé sont nécessaires au bon fonctionnement de l'atelier. En fin de dossier, un aide-mémoire regroupe les formules et données utiles aux exercices.*

## I. La source d'énergie du Soleil : calcul de son temps de vie.

Le rayonnement du Soleil nous provient de sa photosphère. Il obéit à la loi de Planck. Son émission maximum se trouve dans le domaine visible à la longueur d'onde : 5080 Angstroms.

1. Calculer la température de surface du Soleil.  $T = \dots \text{K}$
2. Calculer le débit d'énergie émis par le Soleil.  $D = \dots \text{erg/s}$   
(attention aux unités cgs).

Actuellement, en première approximation, le Soleil transforme 4 protons en un noyau d'hélium-4 sous l'effet de la fusion thermonucléaire.

3. Calculer le défaut de masse de cette réaction nucléaire.  $\Delta m = \dots \text{g}$
4. Calculer la fraction de masse transformée en énergie par cette réaction.  $f = \dots$

Seul le cœur de l'étoile atteint les températures suffisantes (15 millions de K) pour opérer la fusion, cela correspond à environ 10 % de la masse totale du Soleil.

5. Calculer l'énergie totale qui peut être ainsi émise par le Soleil grâce à la fusion nucléaire de l'hydrogène.  $E = \dots \text{erg}$
6. Déduire le temps que prendra cette combustion nucléaire.  $t = \dots \text{ans}$



## Document 2. Les abondances des isotopes dans le système solaire.

Element	A	Atom %	Abundance
1 H.....	1	99.99806	$2.431 \times 10^{10}$
	2	0.00194	$4.716 \times 10^9$
	100		$2.431 \times 10^{10}$
2 He.....	3	0.016597	$3.889 \times 10^9$
	4	99.983403	$2.343 \times 10^9$
	100		$2.343 \times 10^9$
3 Li.....	6	7.589	4.21
	7	92.411	51.26
	100		55.47
4 Be.....	9	100	0.7374
5 B.....	10	19.82	3.433
	11	80.18	13.887
	100		17.32
6 C.....	12	98.8922	$7.001 \times 10^9$
	13	1.1078	78420
	100		$7.079 \times 10^9$
7 N.....	14	99.6337	$1.943 \times 10^9$
	15	0.3663	7143
	100		$1.950 \times 10^9$
8 O.....	16	99.7628	$1.410 \times 10^7$
	17	0.0372	5200
	18	0.20004	28270
	100		$1.413 \times 10^7$
9 F.....	19	100	841.1
10 Ne.....	20	92.9431	$1.996 \times 10^9$
	21	0.2228	4786
	22	6.8341	$1.468 \times 10^9$
	100		$2.148 \times 10^9$
11 Na.....	23	100	57510
12 Mg.....	24	78.992	$8.057 \times 10^9$
	25	10.003	$1.020 \times 10^9$
	26	11.005	$1.123 \times 10^9$
	100		$1.020 \times 10^9$
13 Al.....	27	100	84100
14 Si.....	28	92.22968	$9.2230 \times 10^9$
	29	4.68316	46830
	30	3.08716	30870
	100		$1.000 \times 10^9$
15 P.....	31	100	8373
16 S.....	32	95.018	$4.227 \times 10^9$
	33	0.75	3340
	34	4.215	18750
	36	0.017	76
	100		$4.449 \times 10^9$
17 Cl.....	35	75.771	3968
	37	24.229	1269
	100		5237
18 Ar.....	36	84.5946	86710
	38	15.3808	15765
	40	0.0246	25
	40		24
	100		102,500
19 K.....	39	93.25811	3443
	40	0.011672	0.431
	40*		5.37
	41	6.73022	248.5
	100		3692
20 Ca.....	40	96.941	60947
	42	0.647	407
	43	0.135	84.9
	44	2.086	1311
	46	0.004	2.5
	48	0.187	118
	100		62870

### III. La formation des premiers noyaux d'atomes dans l'Univers

Nous nous proposons de calculer l'abondance des premiers noyaux atomiques, hydrogène et hélium qui ont été synthétisés au cours de la nucléosynthèse primordiale. Cette dernière se produit au cours des premiers stades de l'Evolution de l'Univers, elle correspond à la synthèse des premiers noyaux d'atomes.

Soit  $N(\text{H})$  = nombre de noyaux d'hydrogène.

Soit  $N(\text{He})$  le nombre d'atomes d'hélium.

Soit  $n$  le nombre de protons.

Soit  $p$  le nombre de neutrons.

1. Calculer le rapport  $N(\text{He})/N(\text{H})$  en fonction du rapport  $n/p$ .  $N(\text{He})/N(\text{H}) = \dots$

A très haute température ( $10^{12}$  K) l'Univers est en équilibre thermique, il y a équilibre entre les neutrons et les protons selon la loi :

$n/p = \exp(-Q/kT)$  où  $Q = 1.293$  MeV et  $k$  la constante de Boltzmann =  $8,62 \cdot 10^{-5}$  eV/K.

2. Calculer le rapport  $n/p$  à cette température.  $n/p = \dots$

Mais dès que le taux d'expansion devient grand devant les taux d'interconversion  $n \leftrightarrow p$ , alors ce rapport se fige à une certaine température (environ  $8,1 \cdot 10^9$  K).

3. Calculer le rapport  $n/p$  à cette température.  $n/p = (n/p)_0 = \dots$

La nucléosynthèse primordiale dure une courte période (100 s). Il ne reste plus alors que la désintégration bêta - du neutron en proton qui guide le rapport  $n/p$ .

4. Calculer le rapport  $n/p$  à la fin de la nucléosynthèse.  $n/p = \dots$

5. Déduire le rapport d'abondance à la fin de la nucléosynthèse.  
 $N(\text{He})/N(\text{H}) = \dots$

## Aide mémoire

### **I. Définition du Corps Noir. Lois de Planck, de Wien et de Stefan.**

#### **Le corps noir.**

Le corps noir est par définition un corps absorbant intégralement les radiations qu'il reçoit. Dans ces conditions, le flux réfléchi est nul et le flux partant est seulement constitué du flux émis.

#### **Loi de Planck**

La loi de Planck donne la répartition suivant la longueur d'onde du flux émis d'un corps noir à la température  $T$ . Le flux émis ne dépend que de la température du corps.  $T$  : Température du corps noir.

Masse du Soleil :  $10^{33}$  g

Rayon du Soleil :  $7 \cdot 10^{10}$  cm

Les unités cgs sont utilisées en astrophysique : c : centimètre, g : gramme, s : seconde.

Un erg =  $10^{-7}$  Joule

#### **Loi de Wien.**

Cette loi découle directement de la formule de Planck. Pour une température donnée, elle donne la valeur de la longueur d'onde où le flux est maximal :  $\lambda_{\text{Max}} = 2898/\lambda \times 10^4$  Angstrom. (T en Kelvins).

#### **Loi de Stefan.**

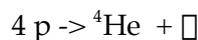
La loi de Stefan est la simple intégration de la loi de Planck sur l'ensemble des longueurs d'onde.  $D = \sigma T^4$ ,  $\sigma$  est la constante de Stefan et vaut :  $5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-4}$

La formule de Stefan est d'une importance capitale et rappelle que les flux ne sont fonction que de la température. On note la forte dépendance en  $T$  puisqu'il s'agit d'une puissance quatrième. Alors que la température du Soleil n'est que 20 fois plus élevée que celle de la Terre, son flux partant est 160000 fois plus élevé.

### **II. Source d'énergie du Soleil.**

Selon le principe de l'équivalence <masse – énergie>,  $E = m c^2$ ,

4 protons libres sont plus « lourds » qu'un noyau d'hélium, c'est ce qu'on appelle le défaut de masse qui se transforme en pure énergie, les photons gamma produits au cours de la fusion nucléaire.



La masse d'un proton vaut :  $1,672 \cdot 10^{-24}$  g

La masse d'un noyau d'hélium vaut :  $6,64 \cdot 10^{-24}$  g

La vitesse de la lumière  $c$ , vaut  $3 \cdot 10^{10}$  cm/s.

### **III. Noyaux cosmologiques.**

Faisons l'approximation que le nombre total de noyaux d'atomes dans l'Univers primordial est la somme du nombre de noyaux d'hydrogène  $N(\text{H})$  composé d'un proton et de noyaux d'hélium  $N(\text{He})$ , composé de deux protons et de deux neutrons.

Le temps de désintégration du neutron est d'environ  $\tau = 889$  s. Le rapport est alors régulé selon la formule de désintégration bêta classique :

$$n/p = (n/p)_0 \exp(-t/\tau)$$