CALCUL DE LA MASSE DE JUPITER

Le but de cet atelier est de calculer la masse de Jupiter à partir des propriétés orbitales de ses satellites. A partir de l'observation des mouvements de trois satellites galiléens, nous déterminerons la masse de Jupiter à l'aide de la troisième loi de Képler.

1.Historique

En 1543, Nicolas Copernic énonce le système héliocentrique : les planètes tournent autour du soleil sur des orbites circulaires.Tycho Brahé (1546-1601) observe précisément durant une période de 20 ans la position des planètes et de 777 étoiles à l'aide de sextant et de compas. Ces observations seront utilisés par Johannes Kepler, un étudiant de Brahé, pour énoncer 3 lois empiriques gérant l'orbite d'un objet autour d'un autre. Sa troisième loi pour un objet orbitant autour d'un autre beaucoup plus massif est :

$$\mathbf{M = a^3 / T^2}$$

Où **M** est la masse du corps principal, exprimé en masses solaires ;
a est la longueur du demi-grand axe de l'orbite elliptique mesuré en unité astronomique (1 UA = 150 000 000 km = distance terre-soleil). Dans le cas d'une orbite circulaire, cette valeur correspond à rayon de l'orbite ;
T est la période de l'orbite exprimé en années terrestres.

Cette loi sera publiée en 1619.

En 1609, Galilée utilise une lunette et découvre que Jupiter a 4 satellites et en étudie le système. Ce système est très important car c'est une version miniature du système solaire et prouve que le modèle héliocentrique de Copernic est physiquement possible.

Il faudra attendre 1687 et la loi de la gravitation universelle de Newton pour pouvoir démontrer les lois de Képler. (la démonstration de la 3$^{\text{ème}}$ loi dans le cas d'une orbite circulaire est disponible en annexe).

Démonstration de la 3$^{\text{ème}}$ loi de Képler dans le cas d'une orbite circulaire :

La loi d'inertie s'écrit : $G.M_j.m / a^2 = m.\ A$ où A est l'accélération du satellite
Si l'on désigne ω la vitesse angulaire du satellite, on a : $\omega.T = 2.\pi$ et $A = a.\ \omega^2$

Donc $G.M_j.m / a^2 = m.a.\ (2.\pi/T)^2$

Soit $a^3 / T^2 = G.M_j / 4.\pi^2$ **(1)**

Cette formule s'applique également au couple Terre-Soleil, soit :

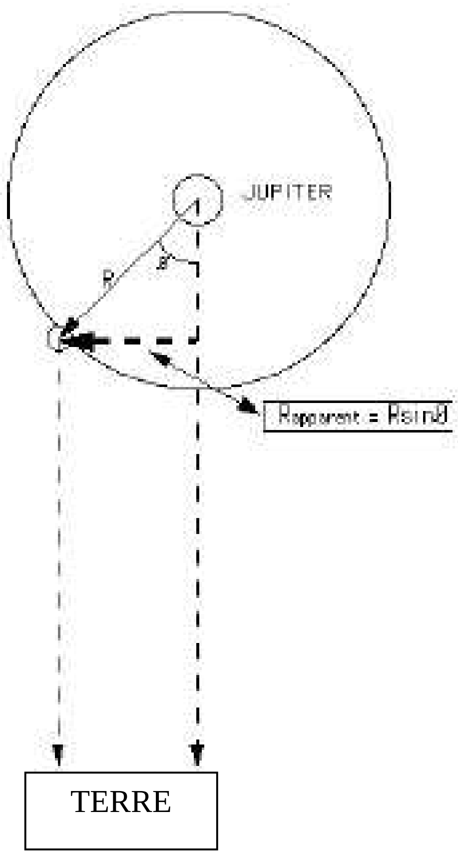
$a_t^3 / T_t^2 = G.M_s / 4.\pi^2$ **(2)**
où T_t et a_t sont les périodes et le rayon de l'orbite terrestre, et M_s la masse du soleil.

En divisant **(1)** par **(2)**, membre à membre, on obtient:

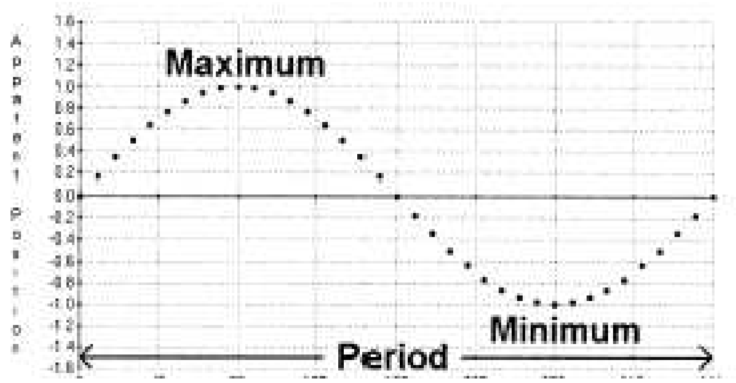
$M_j = a^3 / T^2$ si l'on exprime a en UA, T en années terrestre, et M_j en masse solaire.

2. Observation

Les 4 satellites Galiléens (Io, Europe, Ganymède et Callisto) apparaissent alignés autour de Jupiter, car nous les observons dans leur plan orbital. Au cours de leur révolution, nous pouvons apprécier la distance des satellites avec Jupiter, perpendiculairement avec l'axe d'observation depuis la terre.



Cette distance, si on l'exprime en fonction du temps, sera représentée par une courbe sinusoïdale. Avec suffisament de mesures, on peut obtenir cette courbe et déterminer le rayon et la période orbitale. L'application de la 3ème loi de Képler à ces valeurs, donnera la valeur de la masse de Jupiter.



Temps

3. Données

Vous trouverez ci-joint la position de 3 satellites galiléens (Io, Europe et Ganymède) par rapport à Jupiter pour une période allant du 03/01/2003 – 8 h04 TU au 06/01/2003 – 3h04 TU. (toutes les vues sont oriéntées est-ouest de gauche à droite).
A l'aide de ces données, remplissez le tableau joint donnant les positions de Io, Europe et Ganymède en fonction du temps (d, la distance mesurée du satellite par rapport à Jupiter sera considérée positive vers l'ouest et négative vers l'est)
On tracera ensuite les courbes correspondantes sur le papier millimétré joint pour déterminer a et T pour chaque satellite. L'application de la loi de Kepler donnera 3 valeurs de la masse de Jupiter.
On pourra étudier la différence des résultats obtenus.