

MEP
VI-53

ELEMENTS DE RELATIVITE RESTREINTE

Sébastien Renaux-Petel

CNRS-IAP

Fleurance - 12 août 2015



Plan

1) Introduction générale

2) Contexte historique

3) Horloge-lumière et dilatation du temps

4) Diagramme d'espace-temps

5) Changement de référentiel et transformations de Lorentz

6) Contraction des longueurs

7) Effet Doppler et composition des vitesses

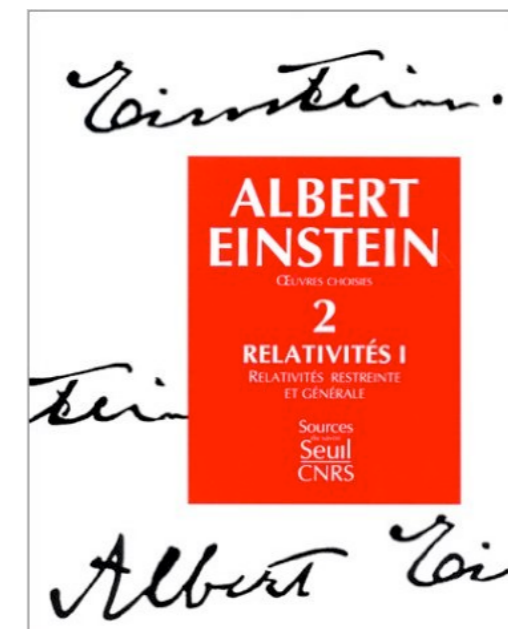
INTRODUCTION GENERALE

Genèse : 1905

Immédiatement associée à la figure d'**Albert Einstein**

3. Zur Elektrodynamik bewegter Körper; von A. Einstein.

Daß die Elektrodynamik Maxwells — wie dieselbe gegenwärtig aufgefaßt zu werden pflegt — in ihrer Anwendung auf bewegte Körper zu Asymmetrien führt, welche den Phänomenen nicht anzuhaften scheinen, ist bekannt. Man denke z. B. an die elektrodynamische Wechselwirkung zwischen einem Magneten und einem Leiter. Das beobachtbare Phänomen hängt hier nur ab von der Relativbewegung von Leiter und Magnet, während nach der üblichen Auffassung die beiden Fälle, daß der eine oder der andere dieser Körper der bewegte sei, streng voneinander zu trennen sind. Bewegt sich nämlich der Magnet und ruht der Leiter, so entsteht in der Umgebung des Magneten ein elektrisches Feld von gewissem Energiewerte, welches an den Orten, wo sich Teile des Leiters befinden, einen Strom erzeugt. Ruht aber der Magnet und bewegt sich der Leiter, so entsteht in der Umgebung des Magneten kein elektrisches Feld, dagegen im Leiter eine elektromotorische Kraft, welcher an sich keine Energie entspricht, die aber — Gleichheit der Relativbewegung bei den beiden ins Auge gefaßten Fällen vorausgesetzt — zu elektrischen Strömen von derselben Größe und demselben Verlaufe Veranlassung gibt, wie im ersten Falle die elektrischen Kräfte.



(Sélection d') Autres contributeurs



**Hendrik Lorentz,
hollandais, 1853-1928**



**Henri Poincaré,
français, 1854-1912**



**Hermann Minkowski
allemand, 1864-1909**

1905 Annus Mirabilis

- En 8 mois, Albert Einstein soumet 4 articles qui révolutionnent la physique :

- ★ *Un point de vue heuristique concernant la production et la transformation de la lumière. Effet photoélectrique. Physique quantique.*
- ★ *Sur le mouvement de petites particules en suspension dans un liquide immobile, comme requis par la théorie cinétique moléculaire de la chaleur. Mouvement brownien. Physique statistique.*
- ★ *De l'électrodynamique des corps en mouvement. Relativité restreinte.*
- ★ *L'inertie d'un corps dépend-elle de l'énergie qu'il contient? Equivalence masse-énergie.*

Relativités restreinte et générale

- La **relativité générale** date elle de 1915 : **centenaire !**
Conférence de Jean-Philippe Uzan dimanche soir.
- La relativité générale englobe et généralise la relativité restreinte, en y ajoutant la description des phénomènes gravitationnels.
- La relativité générale **se réduit « localement » à la relativité restreinte. Toujours utile et nécessaire.** C'est dans son langage qu'est décrite toute la physique des particules par exemple.

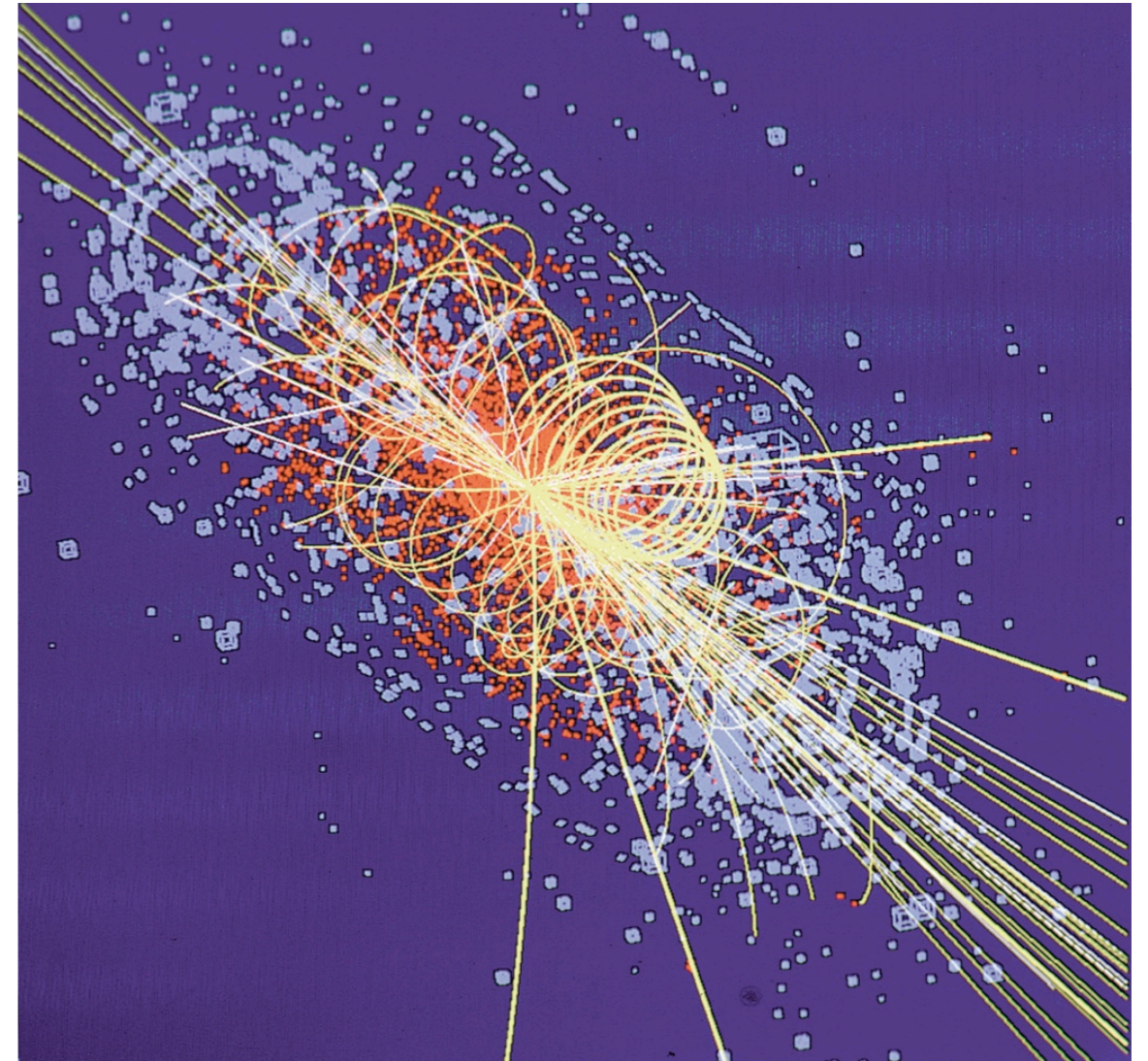
Forces de la relativité restreinte

- Loin d'être une théorie uniquement sur le papier, complexe, aux conséquences impalpables,
- La relativité restreinte est **motivée par l'expérience**, et ses **fondements sont extrêmement simples**.
- **Nombreux effets physiques/domaines des sciences qu'on ne peut pas expliquer sans relativité restreinte.**

Energie nucléaire



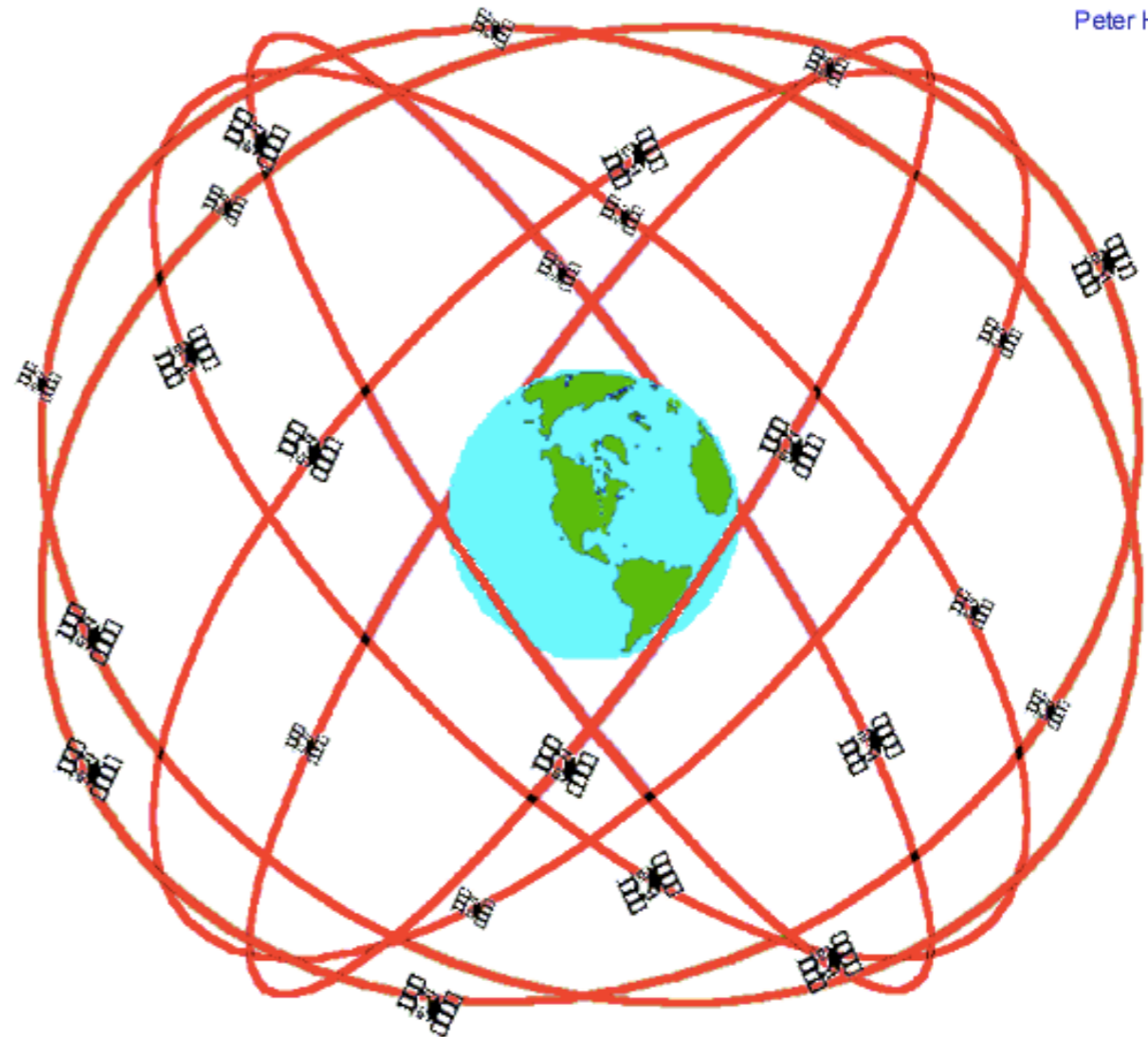
Physique des particules



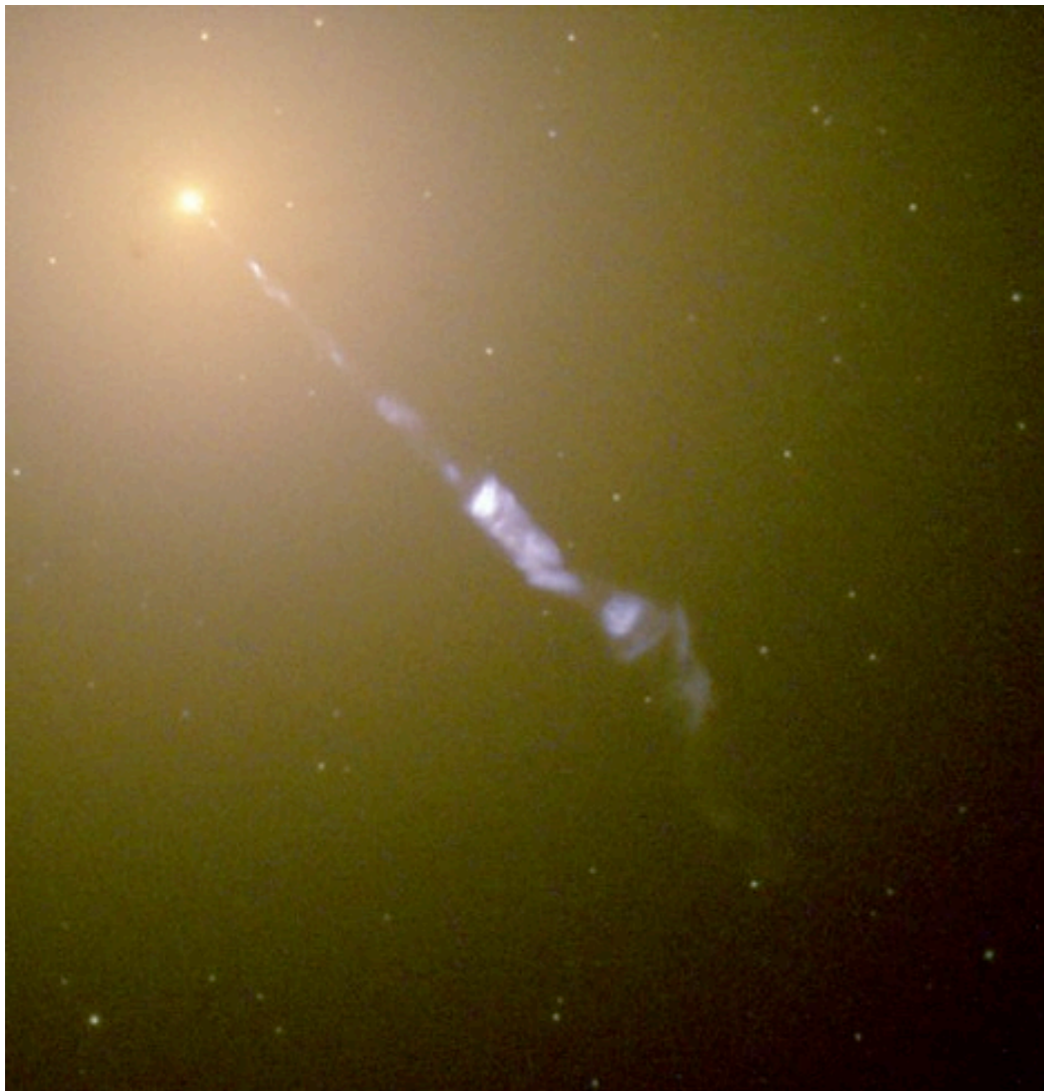
GPS/Galileo

- Sans relativité restreinte (et générale), **erreur de positionnement de 10 km par jour** (et 10 milliards de dollars pour rien ...)

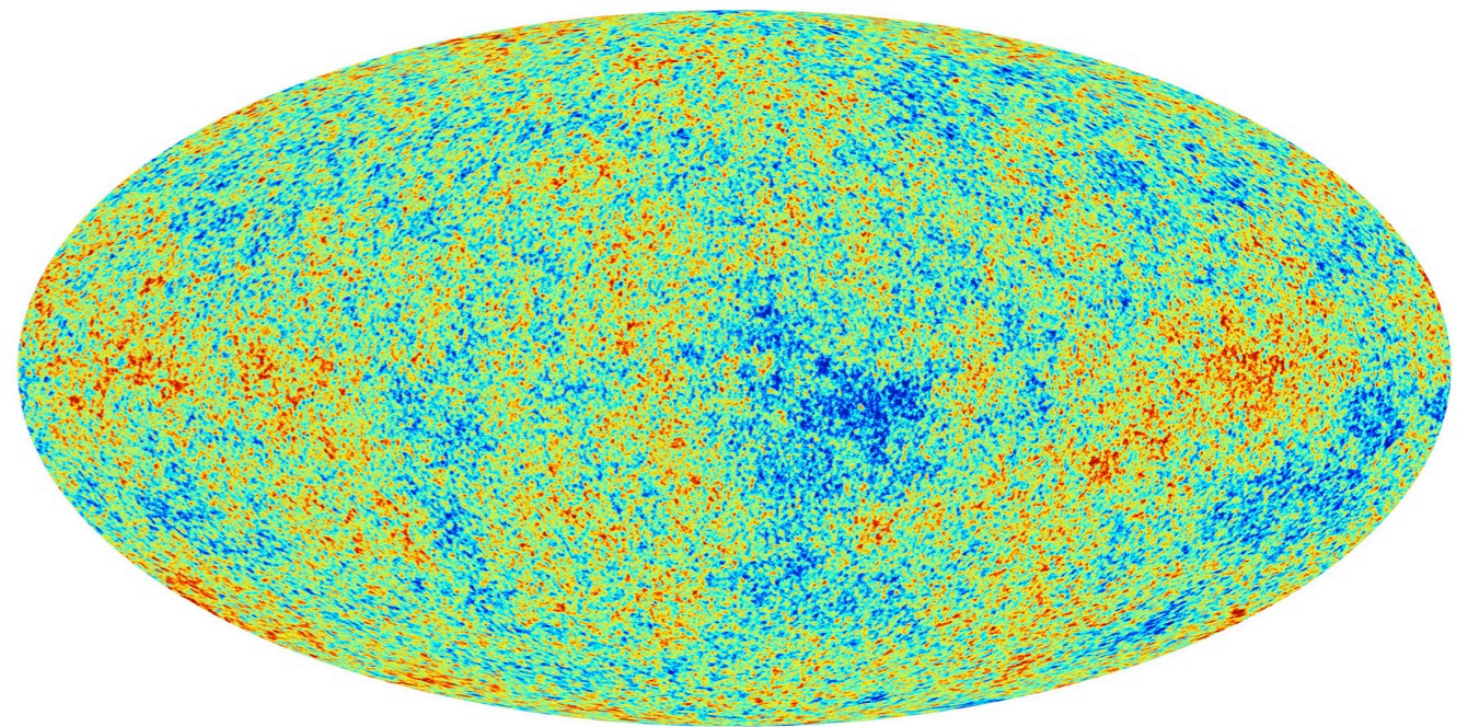
Peter H. Dana 9/22/98



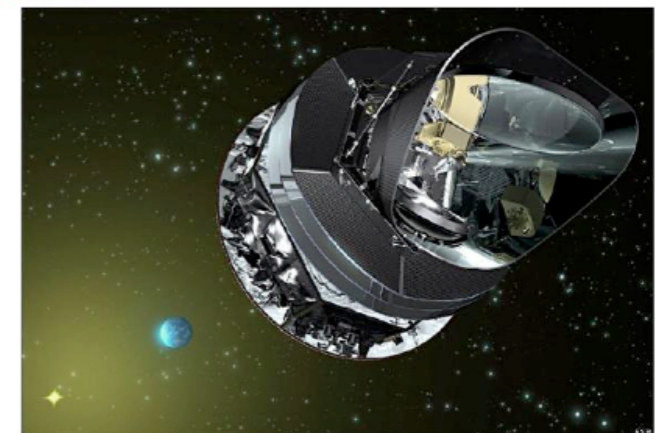
Astrophysique/cosmologie



Jet relativiste



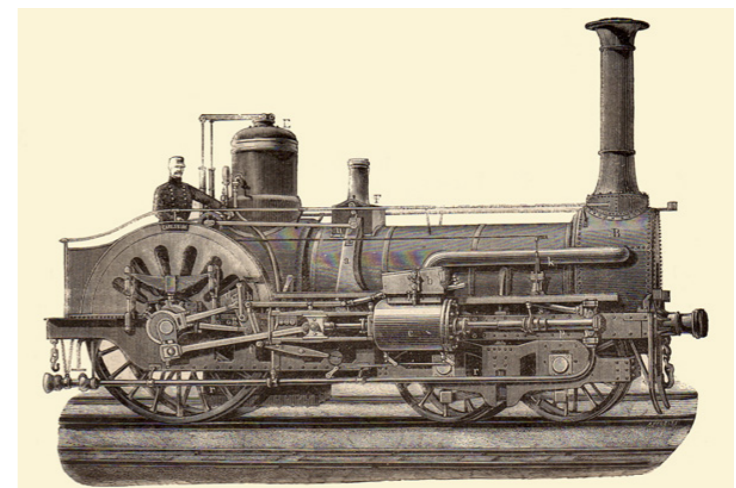
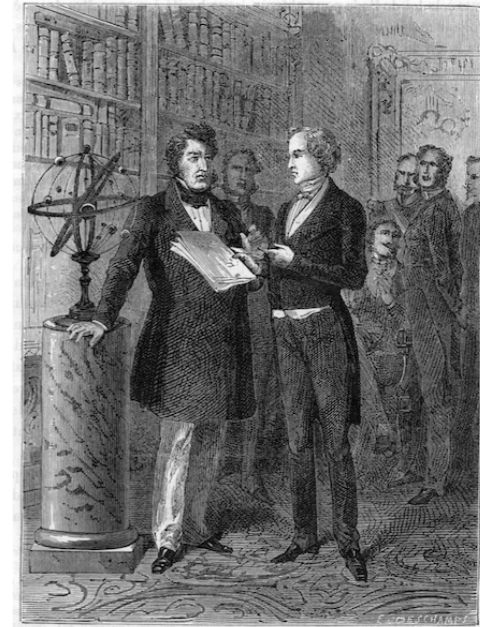
Fond diffus cosmologique



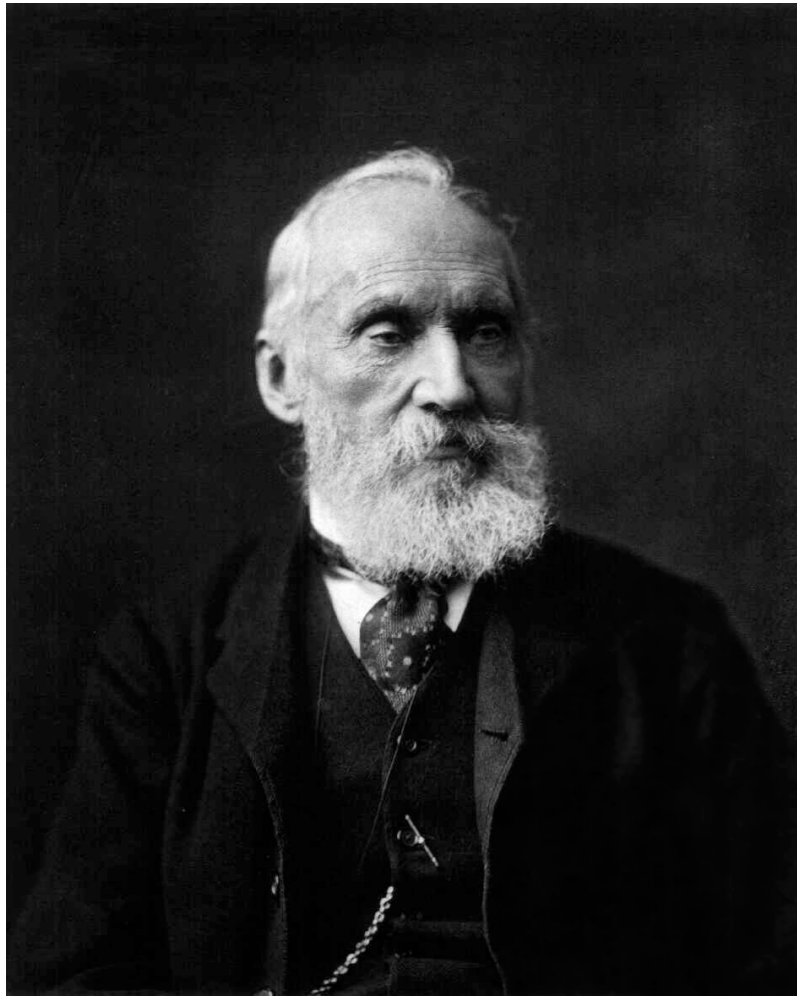
CONTEXTE HISTORIQUE

Contexte historique

- **Mécanique** newtonienne, perfectionnée par Lagrange et Hamilton
- **Electromagnétisme** (Maxwell) a unifié électricité, magnétisme, optique.
- Révolution industrielle, machine à vapeur. Base théorique : **thermodynamique**.



Contexte historique



- Enthousiasme de l'époque bien visible dans la formule restée célèbre de Thomson (alias Lord Kelvin).
- Le 27 avril 1900, il annonce dans une conférence :
- « La science physique forme aujourd'hui, pour l'essentiel, un ensemble parfaitement harmonieux, un ensemble pratiquement achevé ! »

Contexte historique

Et pourtant, comme le dit Lord Kelvin lui-même, il reste « **deux petits nuages dans le ciel serein de la physique théorique** » :

- ★ Vitesse de la lumière
- ★ Rayonnement de corps noir

Contexte historique

Et pourtant, comme le dit Lord Kelvin lui-même, il reste « **deux petits nuages dans le ciel serein de la physique théorique** » :

- ★ **Vitesse de la lumière**
- ★ **Rayonnement de corps noir**

Référentiel inertiel

- **Référentiel inertiel** (ou galiléen): référentiel dans lequel tout objet libre, c'est-à-dire ne subissant aucune force, est soit au repos, soit animé d'un mouvement rectiligne uniforme.
- Dialogues de Galilée (1632) :
« Pourvu que le mouvement soit uniforme, vous ne remarquerez pas le moindre changement dans tous les effets que l'on vient d'indiquer; aucun ne vous permettra de vous rendre compte si le navire est en marche ou immobile. »
- **Principe de relativité galiléenne** : les lois de la mécanique sont invariantes par changement de référentiel inertiel.

Relativité galiléenne

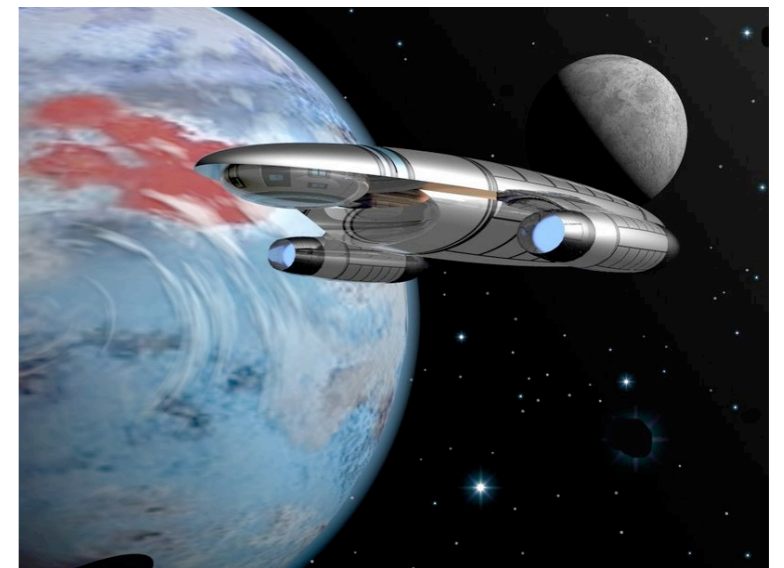
En physique newtonienne, tout référentiel inertiel est animé d'un mouvement rectiligne uniforme par rapport à un autre référentiel inertiel.

$$\vec{v} \equiv \vec{v}_{R'/R}$$

$$\vec{r}'(t) = \vec{r}(t) - \vec{v}t$$



$$\vec{r}(t)$$



Relativité galiléenne

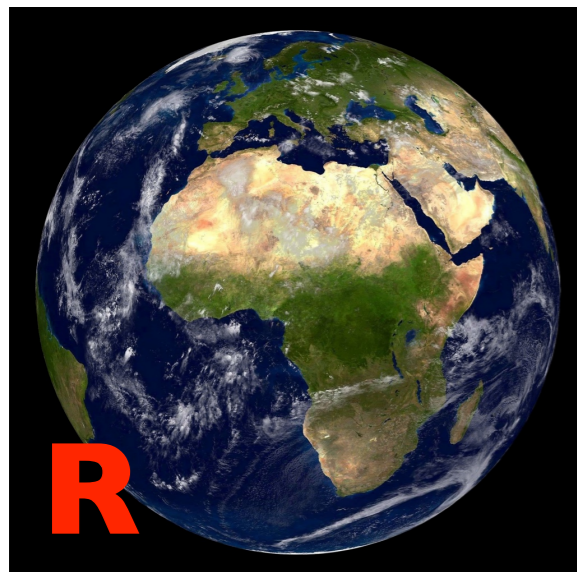
En physique newtonienne, tout référentiel inertiel est animé d'un mouvement rectiligne uniforme par rapport à un autre référentiel inertiel.

$$\vec{v} \equiv \vec{v}_{R'/R}$$

$$\vec{r}'(t) = \vec{r}(t) - \vec{v}t$$



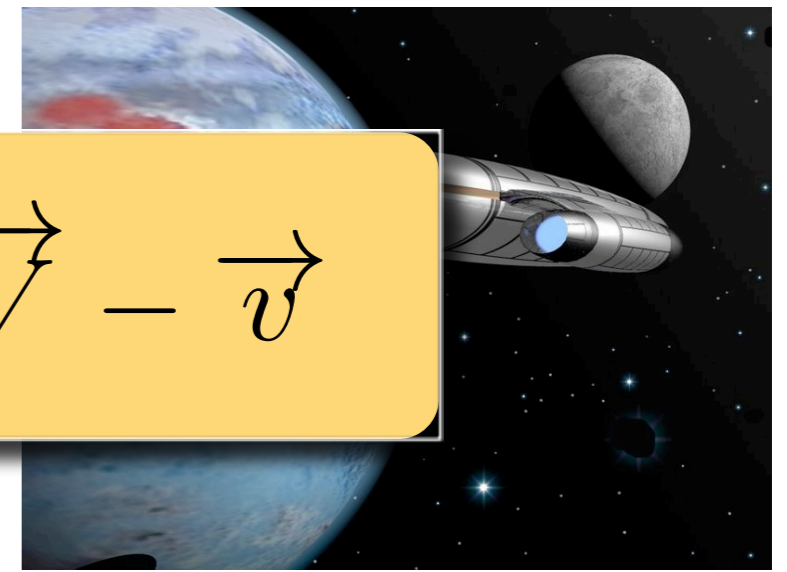
$$\vec{r}(t)$$



R



R'



$$\vec{v}' = \vec{v} - \vec{v}$$

Electromagnétisme

- Explication microphysique de la lumière, interprétée comme une **propagation ondulatoire** des champs électriques et magnétiques.

- Les équations de Maxwell dans le vide donnent

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - c^2 \nabla^2 \right) \vec{E} = \vec{0} \quad \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - c^2 \nabla^2 \right) \vec{B} = \vec{0}$$

$$\text{avec } c^2 \equiv 1/(\epsilon_0 \mu_0)$$

- Ces équations ne sont **pas invariantes** dans une **transformation de Galilée** !

Electromagnétisme et éther

- Cela laisse penser qu'il existe un **référentiel inertiel privilégié** dans lequel les lois de l'électromagnétisme prennent la forme connue (de Maxwell).
- Par analogie avec les autres phénomènes oscillatoires connus, il paraissait naturel aux physiciens de l'époque que **les ondes électromagnétiques se propagent dans un milieu spécifique, appelé éther.**
- Dans cette perspective, c dans les équations de Maxwell correspond à la vitesse de la lumière par rapport à l'éther.

Electromagnétisme et éther


- Selon la physique galiléenne, on doit avoir, dans un référentiel inertiel R'

$$\vec{c}' = \vec{c} - \vec{v}_{R'/R_e}$$

- Mais aucune mise en évidence expérimentale !
- « Echech » le plus célèbre : **Michelson et Morley** (1887), essayant de mettre en évidence l'éther, via le mouvement de la Terre par rapport à celui-ci.

Les 2 postulats d'Einstein (1905)

- 1) **Principe de relativité** : les lois de la mécanique sont invariantes par changement de référentiel inertiel.
- 2) **Principe de constance de la vitesse de la lumière** : la vitesse de la lumière a la même valeur, notée c , dans n'importe quel référentiel inertiel.

- ★ Remarque 1 : lois de la mécanique  loi de la physique, rend le principe 2 superflu.
- ★ Remarque 2 : **approche historique** ici. Ces principes premiers peuvent être vus comme des résultats dérivés dans une approche plus géométrique.

Vitesse de la lumière

- La vitesse de la lumière est **définie** depuis 1983 comme valant : (ce qui peut en fait être vu comme une définition du mètre à partir de celle de la seconde !)

$$c = 299\,792\,458 \text{ m.s}^{-1} \rightarrow c \simeq 3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$$

« Ah, messagère admirable, lumière éclatante,
je sais votre célérité »

« La constante lumineuse restera désormais là,
dans votre cervelle »

Ce qui nous attend :

- Temps relatif à un observateur
- Dilatation des temps
- Remise en cause de la notion de simultanéité absolue
- Contraction des longueurs
- ...

Bibliographie

Enseigner la relativité restreinte en CPGE :
une approche graphique

Éric Gourgoulhon

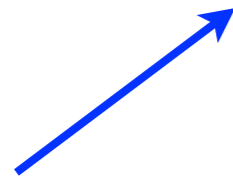
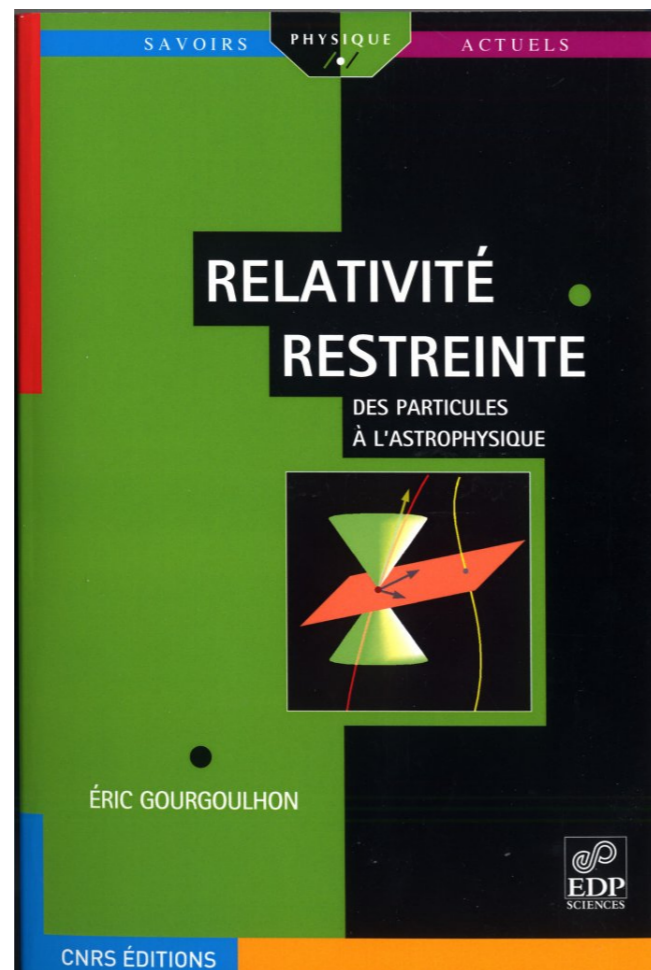
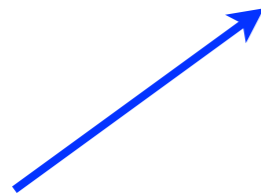
Laboratoire Univers et Théories

CNRS, Observatoire de Paris, Université Paris Diderot

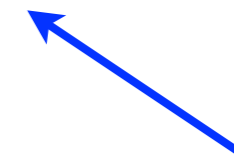
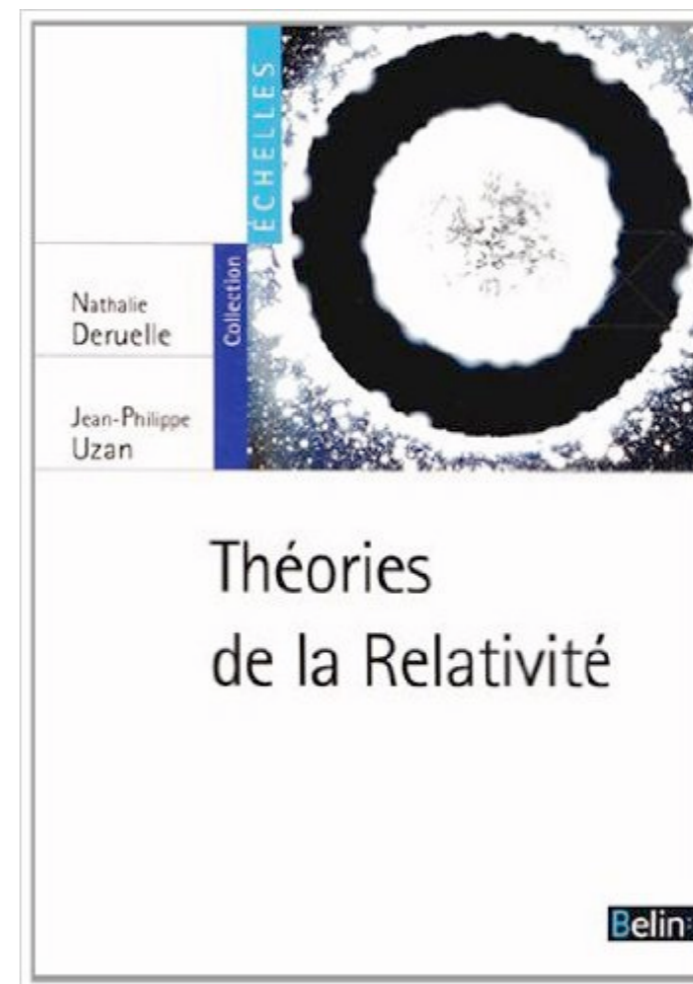
eric.gourgoulhon@obspm.fr

<http://luth.obspm.fr/~luthier/gourgoulhon/>

ce cours



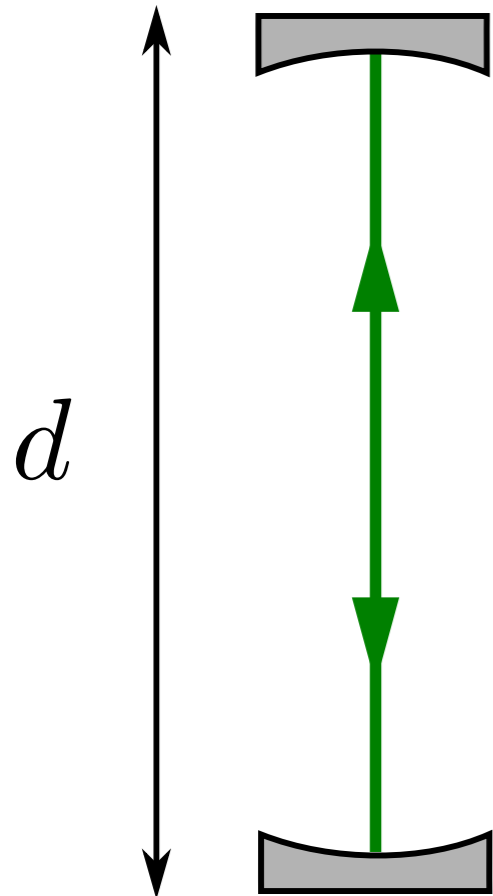
Uniquement
la relativité
restreinte,
très détaillé



Les théories
de la
relativité, et
leurs liens

HORLOGE-
LUMIERE et
DILATATION
du TEMPS

Horloge-lumière

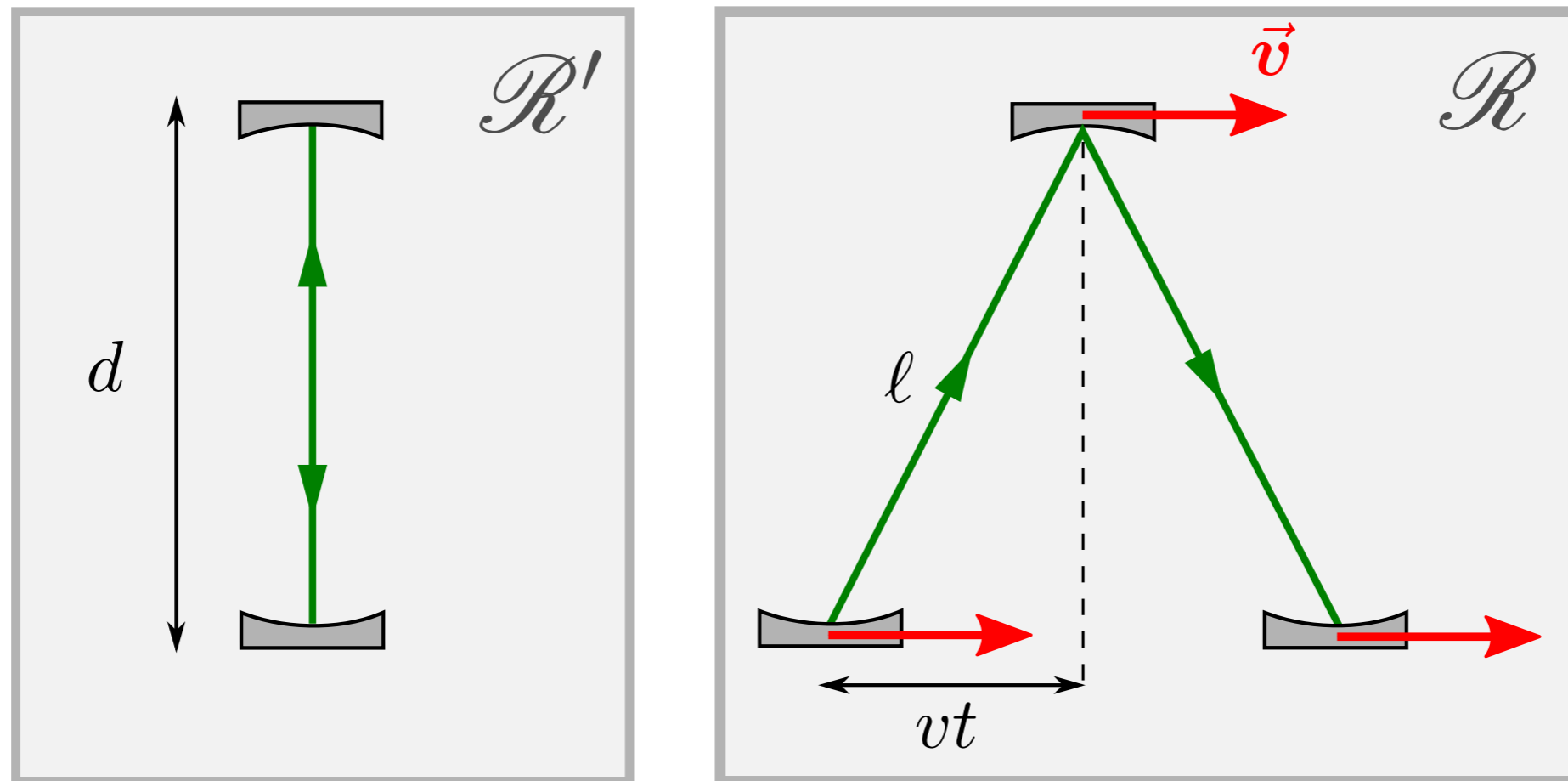


- **Horloge-lumière** : 2 miroirs séparés d'une distance d , entre lesquels un signal lumineux effectue des allers-retours

- Génère une série de tics-tacs de période $T=2d/c$

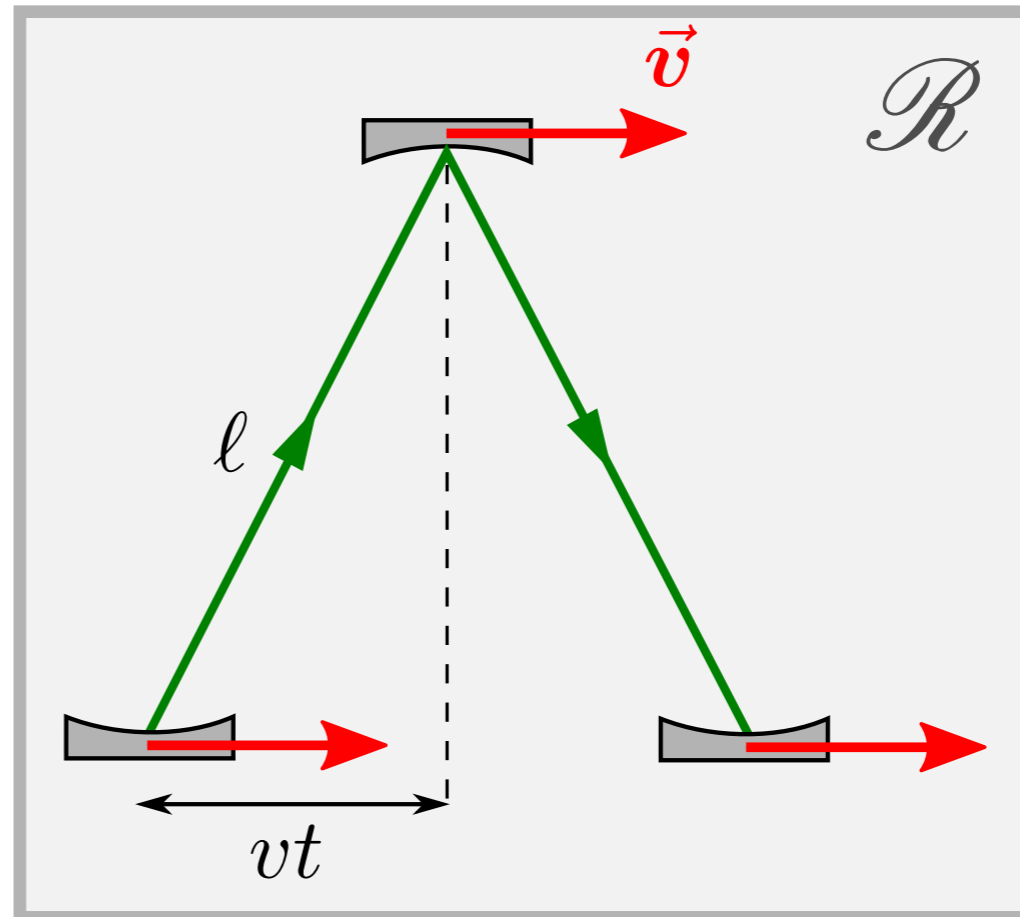
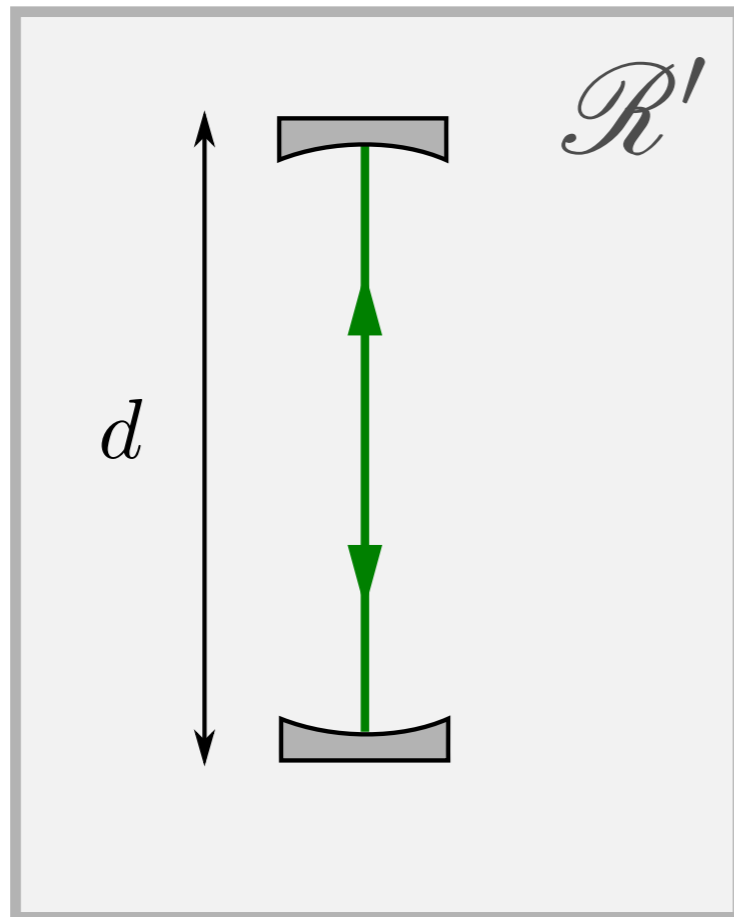
- **Temps propre** d'un observateur : temps donné par une horloge-lumière qu'il transporte, c'est-à-dire immobile par rapport à lui.

Horloge-lumière dans 2 référentiels



Horloge lumière dans le référentiel R' en translation à la vitesse v par rapport au référentiel inertiel R .

Horloge-lumière dans 2 référentiels



$$t' = \frac{d}{c}$$

$$t = \frac{l}{c}$$

2ème postulat
d'Einstein

avec

$$l^2 = d^2 + v^2 t^2$$

théorème de Pythagore

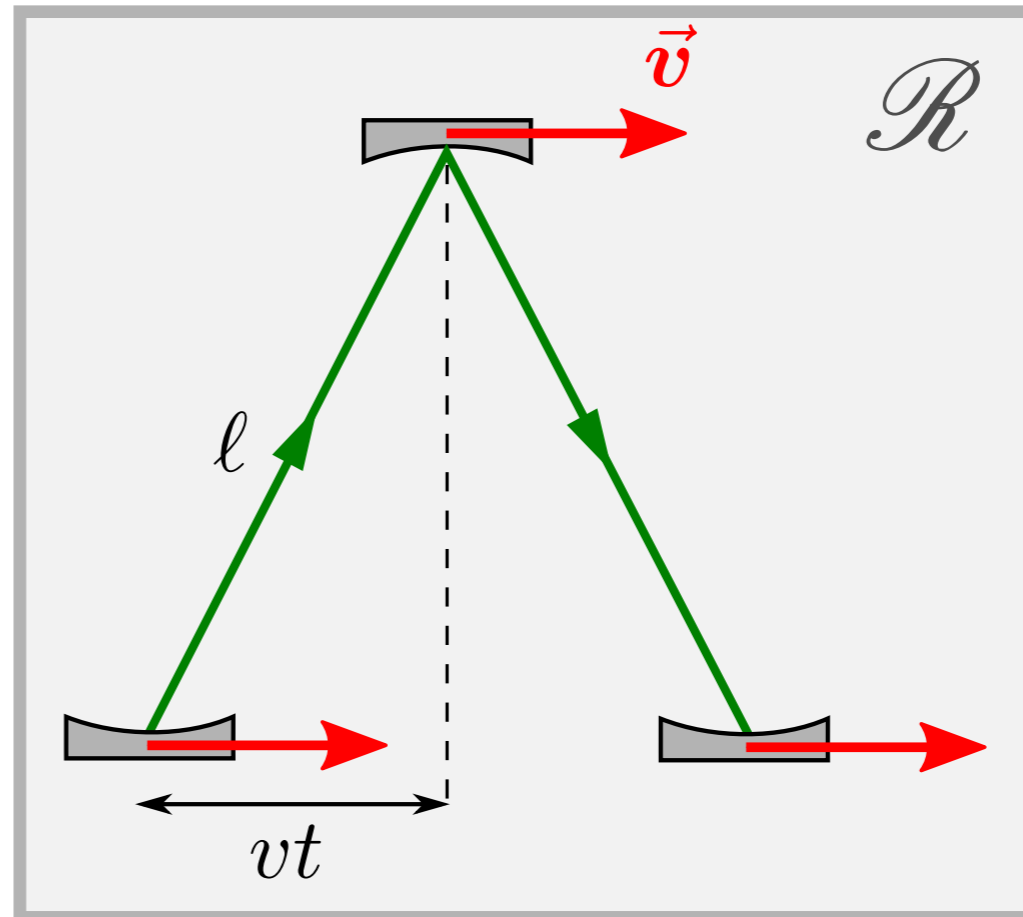
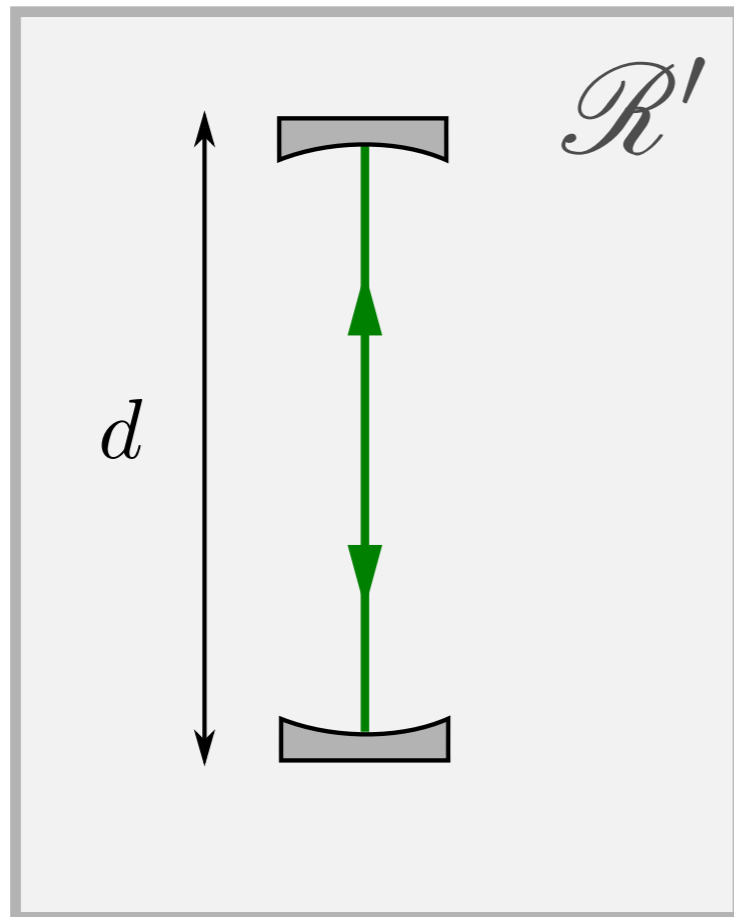


$$t = \gamma t'$$

avec

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Dilatation du temps



$$t = \gamma t' \quad \text{avec} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Dilatation du temps

$$t = \gamma t_{\text{propre}} \quad \text{avec} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

- Facteur « gamma »
- **Facteur de Lorentz** (de ... par rapport à l'observateur ...)
- Facteur de dilatation relativiste

Ordres de grandeur :

$$v = 100 \text{ km.h}^{-1}$$

$$\gamma - 1 = 5,5 \cdot 10^{-14}$$

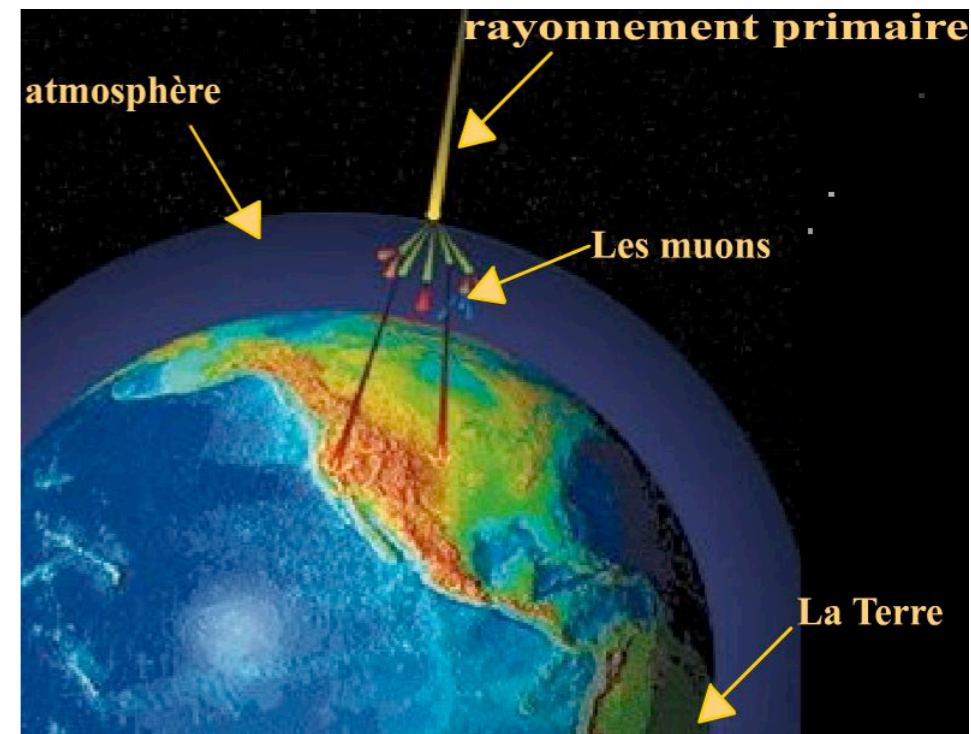
$$v = 0,99 c$$

$$\gamma \simeq 7$$

Dilatation du temps

- Expériences de Rossi et Hall (1914) et Frisch et Smith (1963)

- Des **muons ultrarelativistes** ($v \simeq c$) sont produits par la collision de rayons cosmiques avec la haute atmosphère.



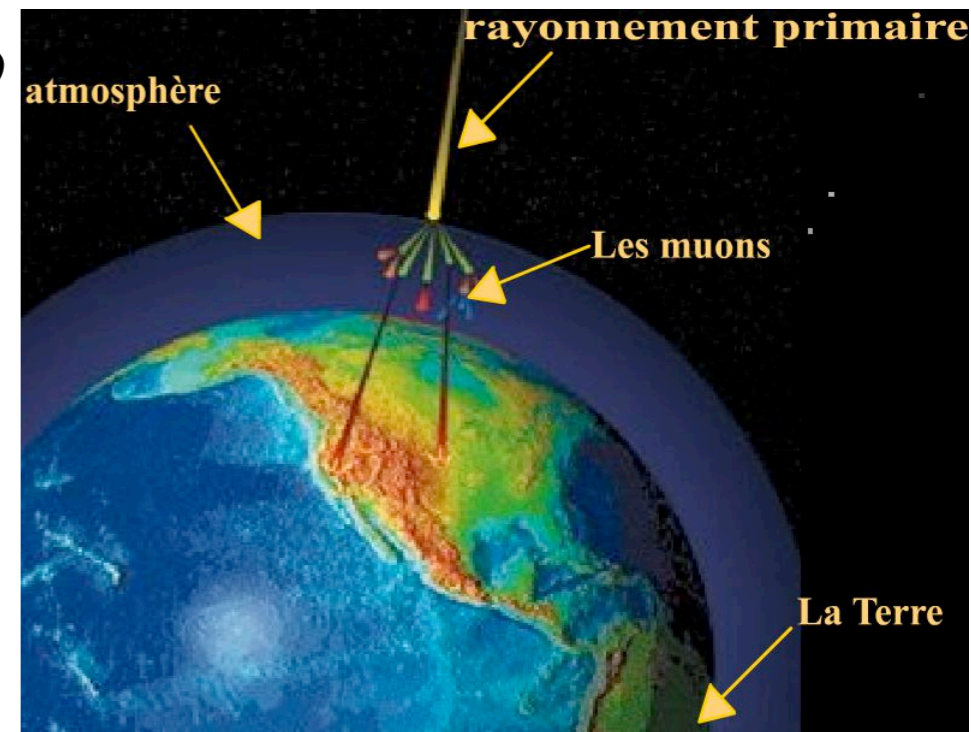
- Durée de vie du muon : $\simeq 2 \cdot 10^{-6} s$

- Distance parcourue à la vitesse $v \simeq c$ **→** 600 m

Dilatation du temps

- Comment explique-t-on la détection de muons à basse altitude ?

- La durée de vie du muon est **celle mesurée dans un référentiel où le muon est au repos.**



- La durée de vie du muon **mesurée par un observateur terrestre** est $t_{\text{Terre}} = \gamma t_{\text{propre}}$

- Distance parcourue : $\gamma \times 600m \gg 600m$

Expérience de Hafele et Keating (1971)

- 2 horloges atomiques font un tour du monde, embarquées dans des avions (lignes commerciales), l'une vers l'Est, l'autre vers l'Ouest (T').
- Au retour, comparaison avec une horloge restée au sol (T).



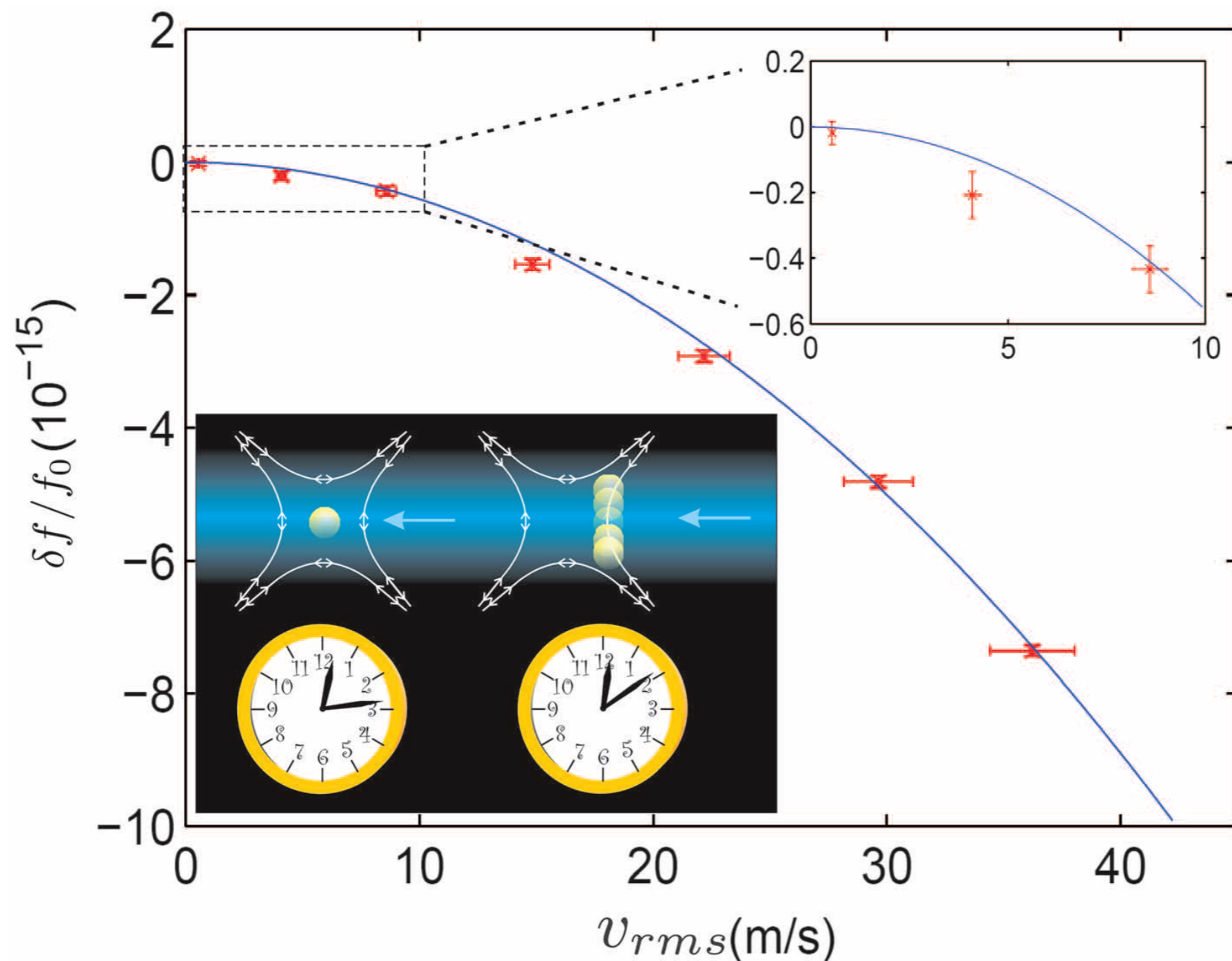
Expérience de Hafele et Keating (1971)

- Attention : l'horloge restée au sol n'est pas immobile (la Terre tourne !).
- Attention : changement d'altitude, donc effet supplémentaire dû à la relativité générale.

$T' - T$	Prédictions théoriques (ns)			Résultats expérimentaux (ns)
	relativité	gravité	total	
vers l'Est	-184 ± 18	144 ± 14	-40 ± 23	-59 ± 10
vers l'Ouest	96 ± 10	179 ± 18	275 ± 21	273 ± 7

Dilatation du temps

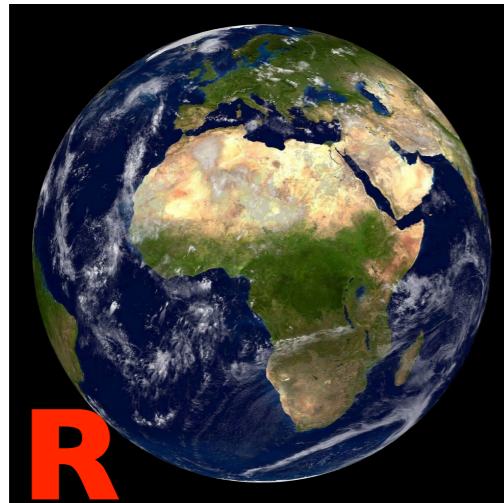
- C. W. Chou, D. B. Hume, T. Rosenband, D. J. Wineland, Science 329, 1630, (2010)



Exemple des jumeaux de Langevin



Exemple des jumeaux de Langevin

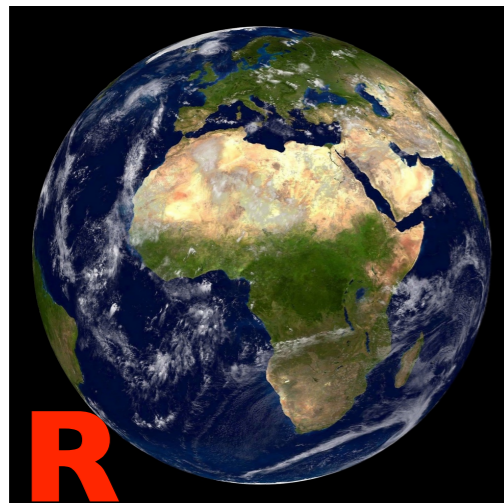


Exemple des jumeaux de Langevin



$$v \equiv v_{R'/R} = \pm 0,99 c \quad \longrightarrow \quad \gamma(v) \simeq 7$$

Exemple des jumeaux de Langevin



$$v \equiv v_{R'/R} = \pm 0,99 c \quad \longrightarrow \quad \gamma(v) \simeq 7$$

Si les jumeaux ont 20 ans au départ, et si à l'arrivée le jumeau voyageur a 30 ans, alors celui resté sur Terre a 90 ans !

Les jumeaux de la NASA



- Scott et Mark Kelly : vrais jumeaux, et astronautes de la NASA. Différentiel d'âge de quelques millisecondes dû aux vols ...
- Depuis le 25 mars 2015, et pendant un an, Scott est dans l'ISS. Comparaison entre les organismes des jumeaux.

DIAGRAMME
D'ESPACE-
TEMPS

Diagramme d'espace-temps

- **Espace-temps** : continuum à 4 dimensions formé par l'ensemble des évènements.
- En relativité restreinte, structure mathématique : espace affine.
- Aujourd'hui, on se limitera graphiquement à **une seule dimension spatiale**. L'espace-temps apparaît comme un plan affine.

Diagramme d'espace-temps

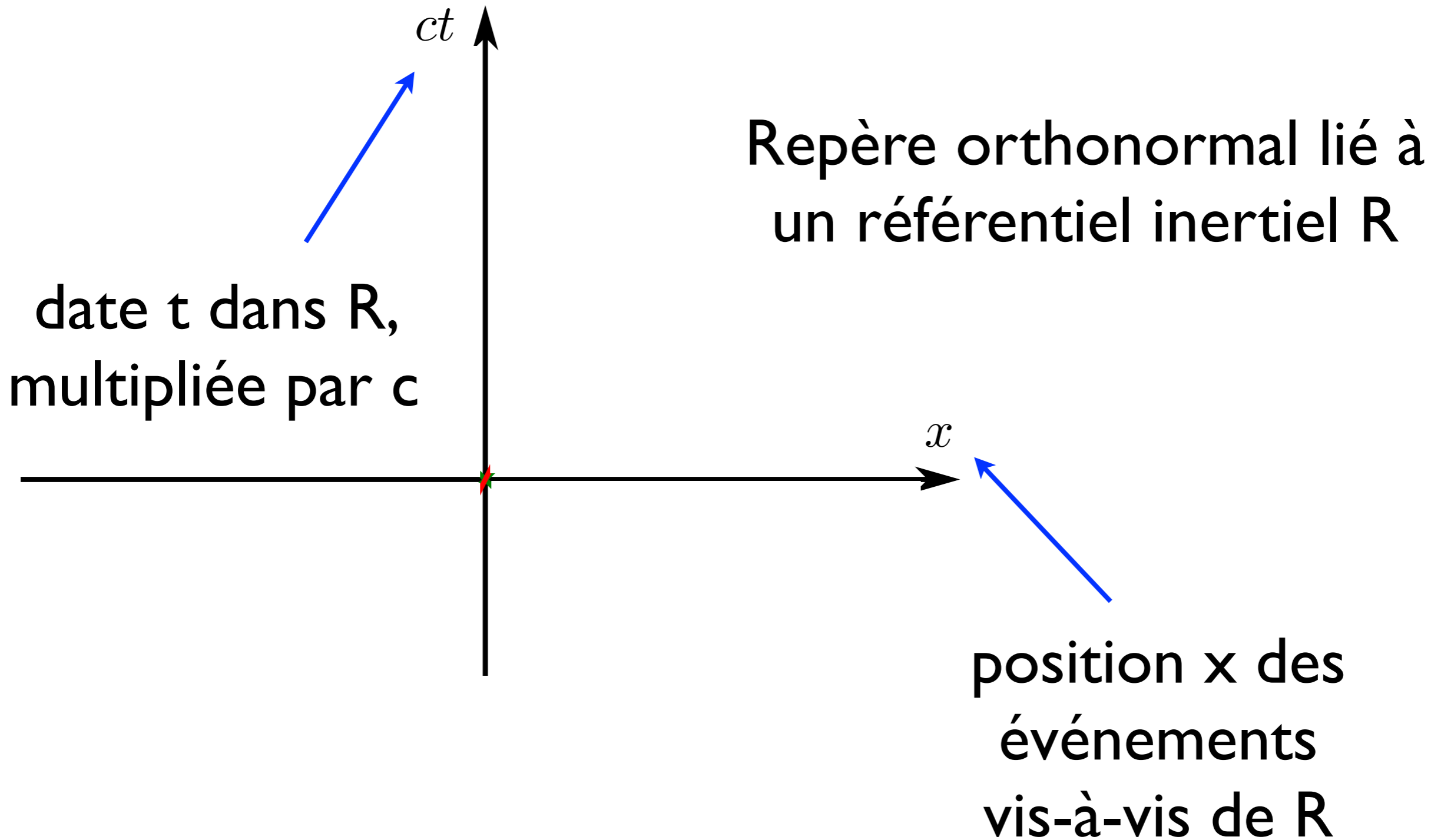
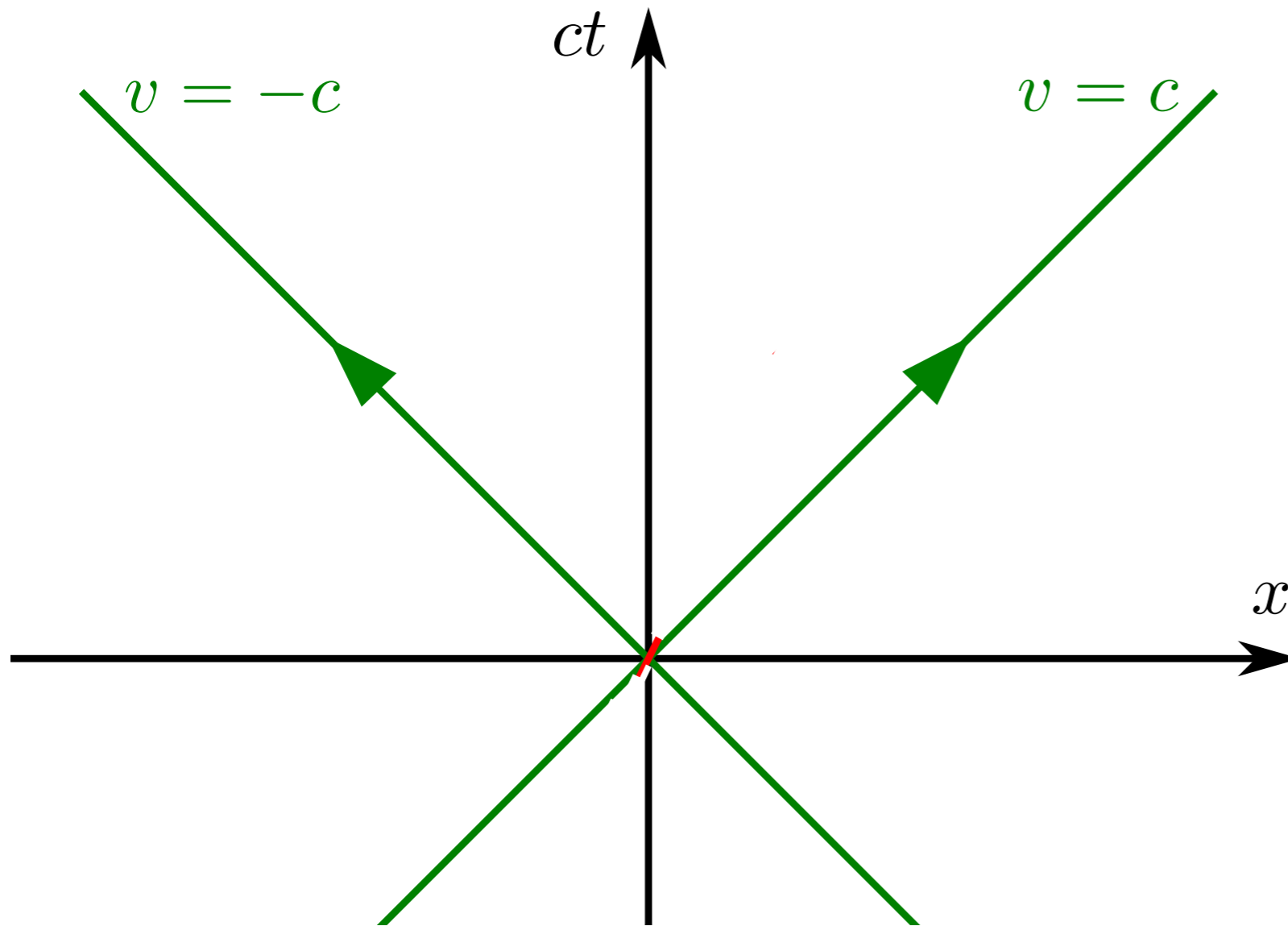


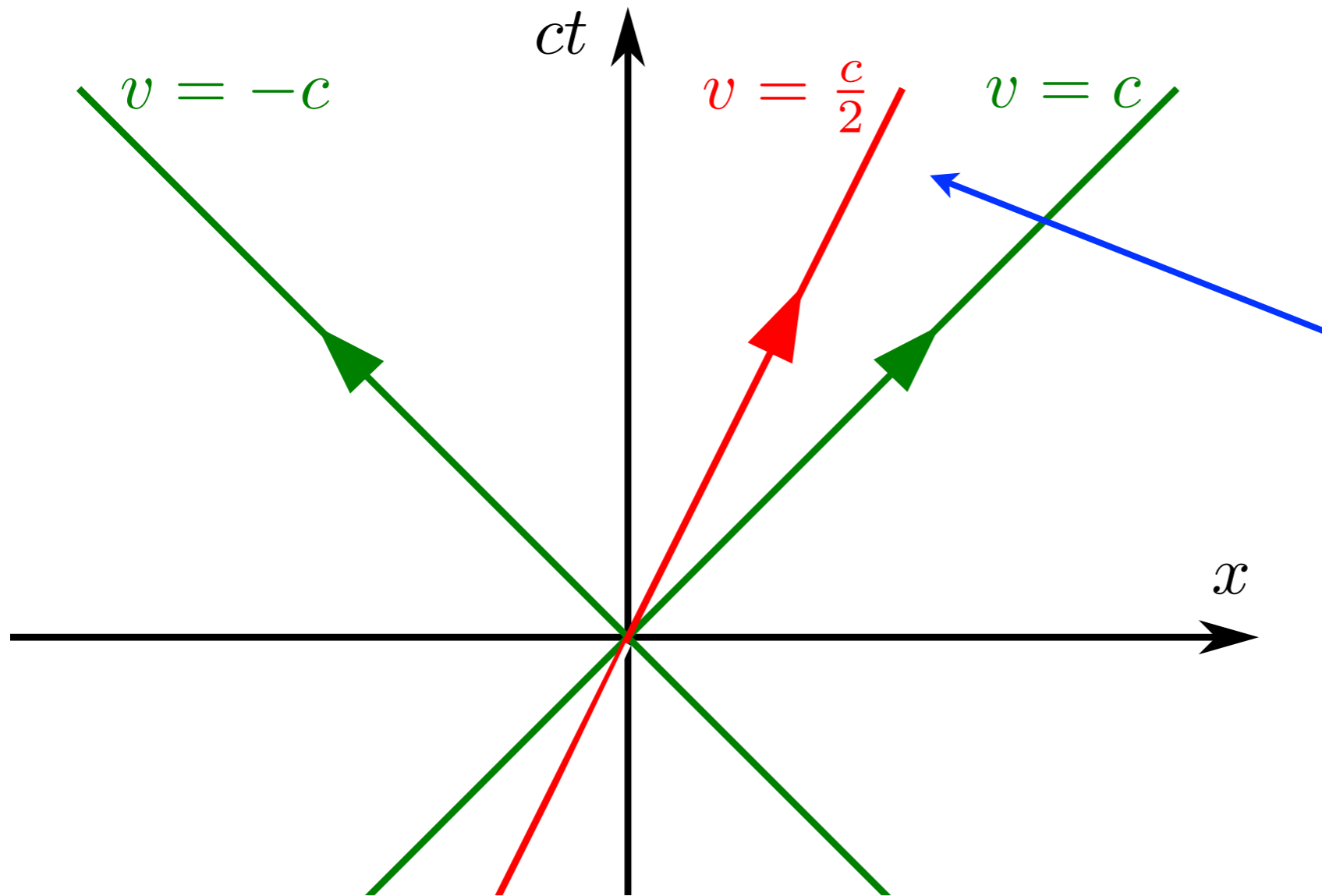
Diagramme d'espace-temps



Une particule est représentée par une courbe appelée **ligne d'univers**.

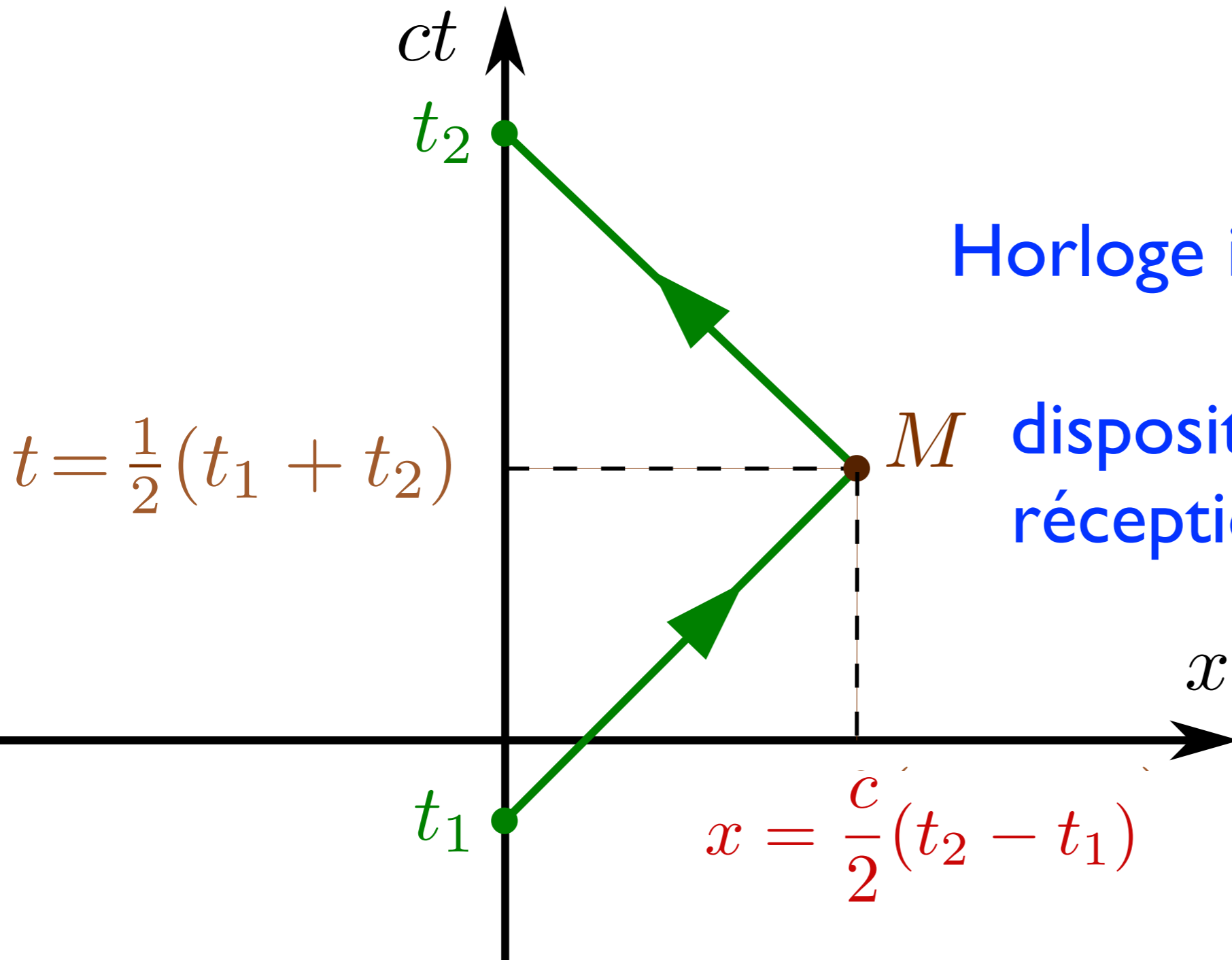
Les lignes d'univers des photons ($|v| = c$) sont des droites inclinées à $\pm 45^\circ$

Diagramme d'espace-temps



Ligne d'univers
d'une particule de
vitesse $c/2$ passant
par l'origine à $t=0$

Datation et repérage d'un évènement



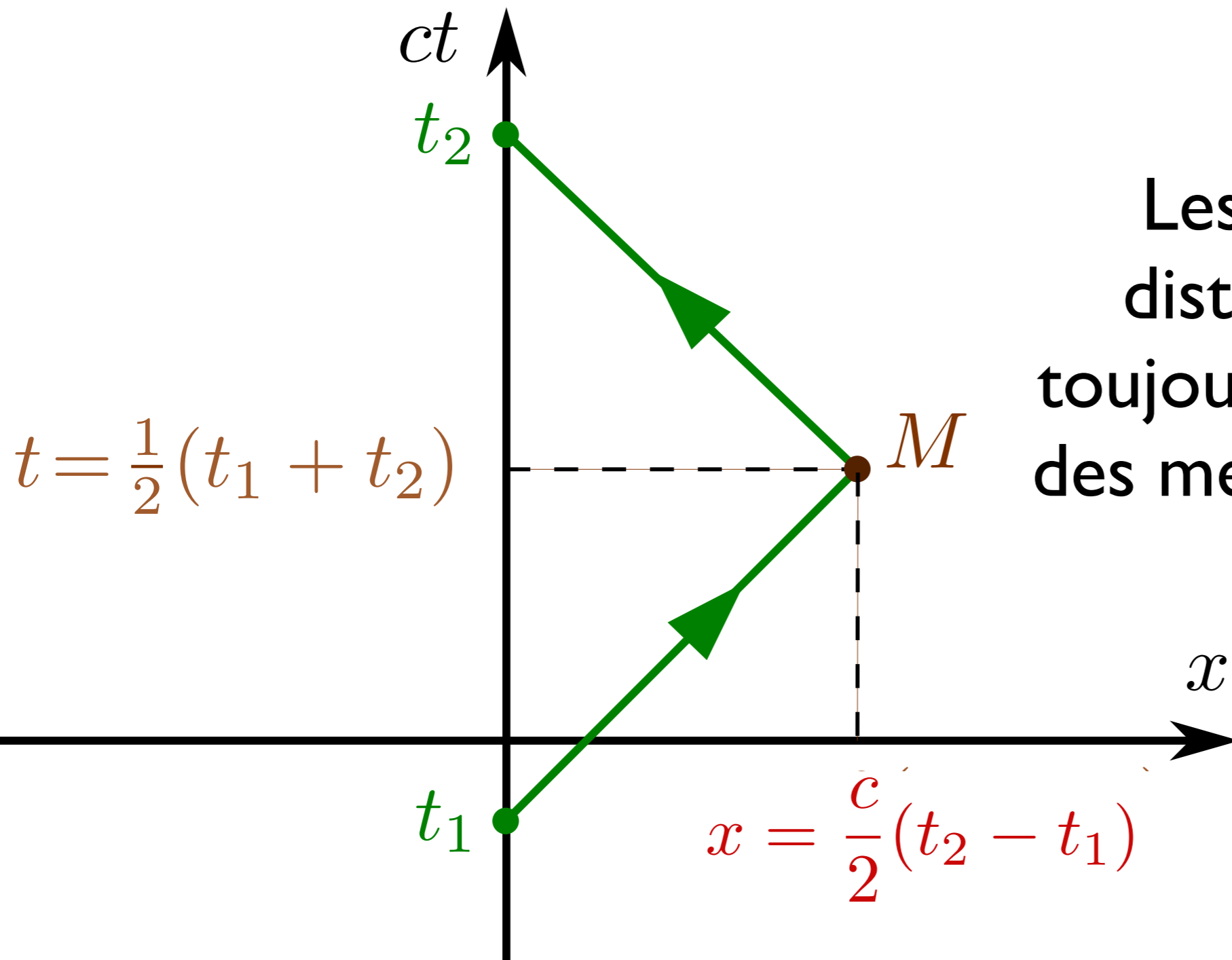
avec

Horloge immobile en $x=0$

+

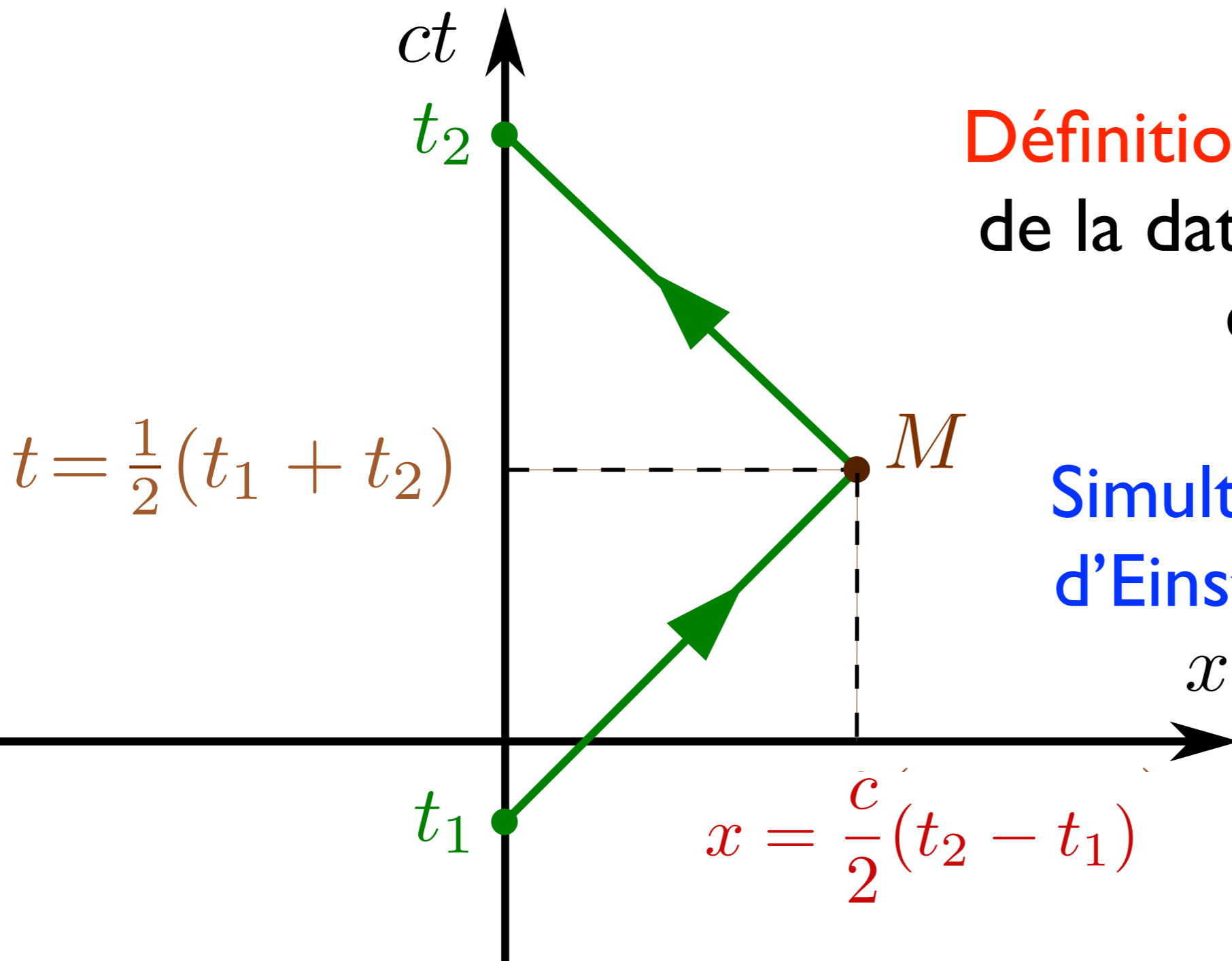
dispositif d'émission et
réception de photons.

Datation et repérage d'un évènement



Les mesures de distance peuvent toujours se ramener à des mesures de temps.

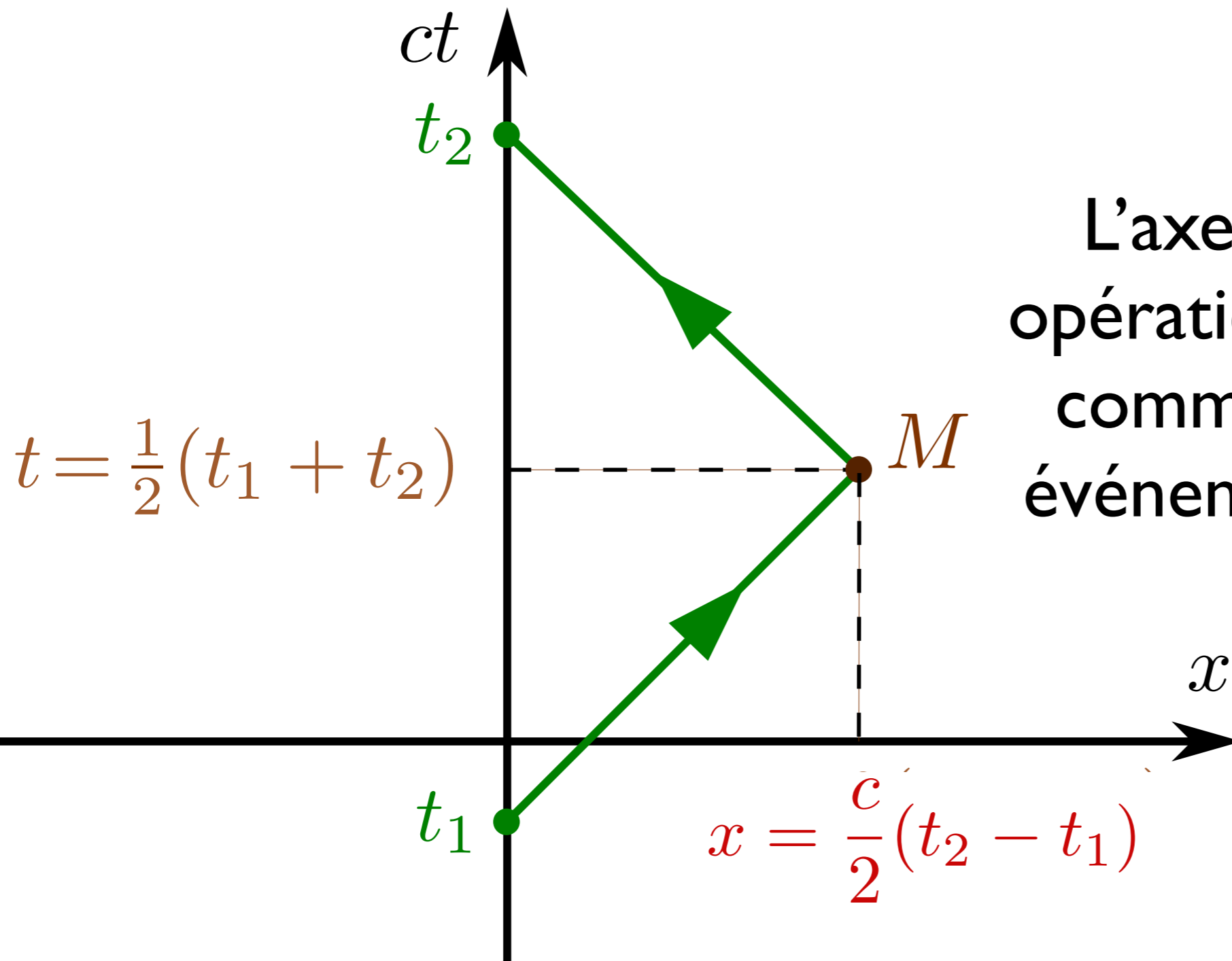
Datation et repérage d'un évènement



Définition opérationnelle
de la date d'événements
distants.

Simultanéité au sens
d'Einstein-Poincaré.

Datation et repérage d'un évènement



L'axe des x peut être
opérationnellement défini
comme l'ensemble des
événements simultanés à
 $t = 0$.

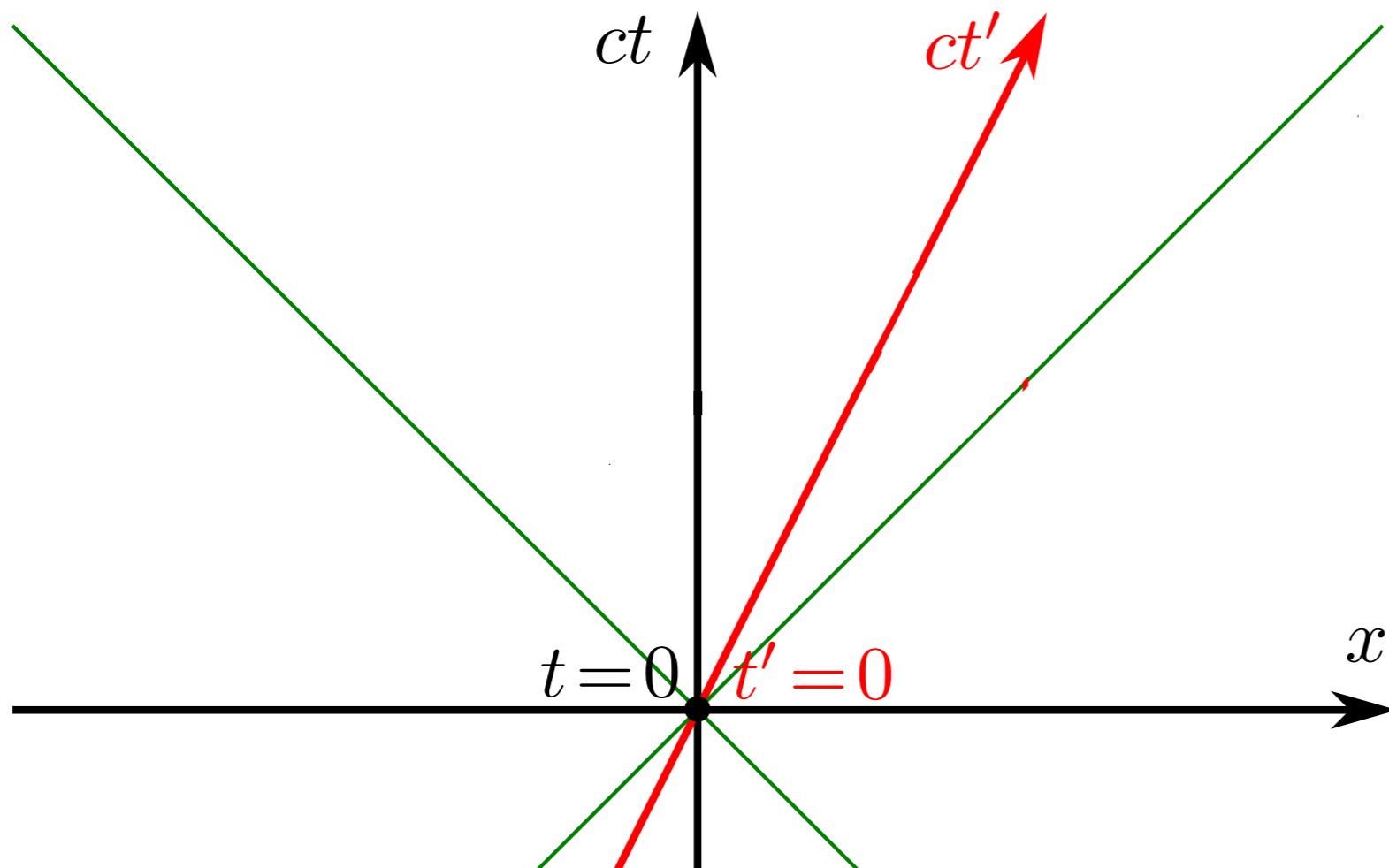
Changement de
référentiel et
transformations de
Lorentz

Changement de référentiel

Référentiel R
inertiel



Référentiel inertiel R' en
translation à la vitesse v par
rapport à R.

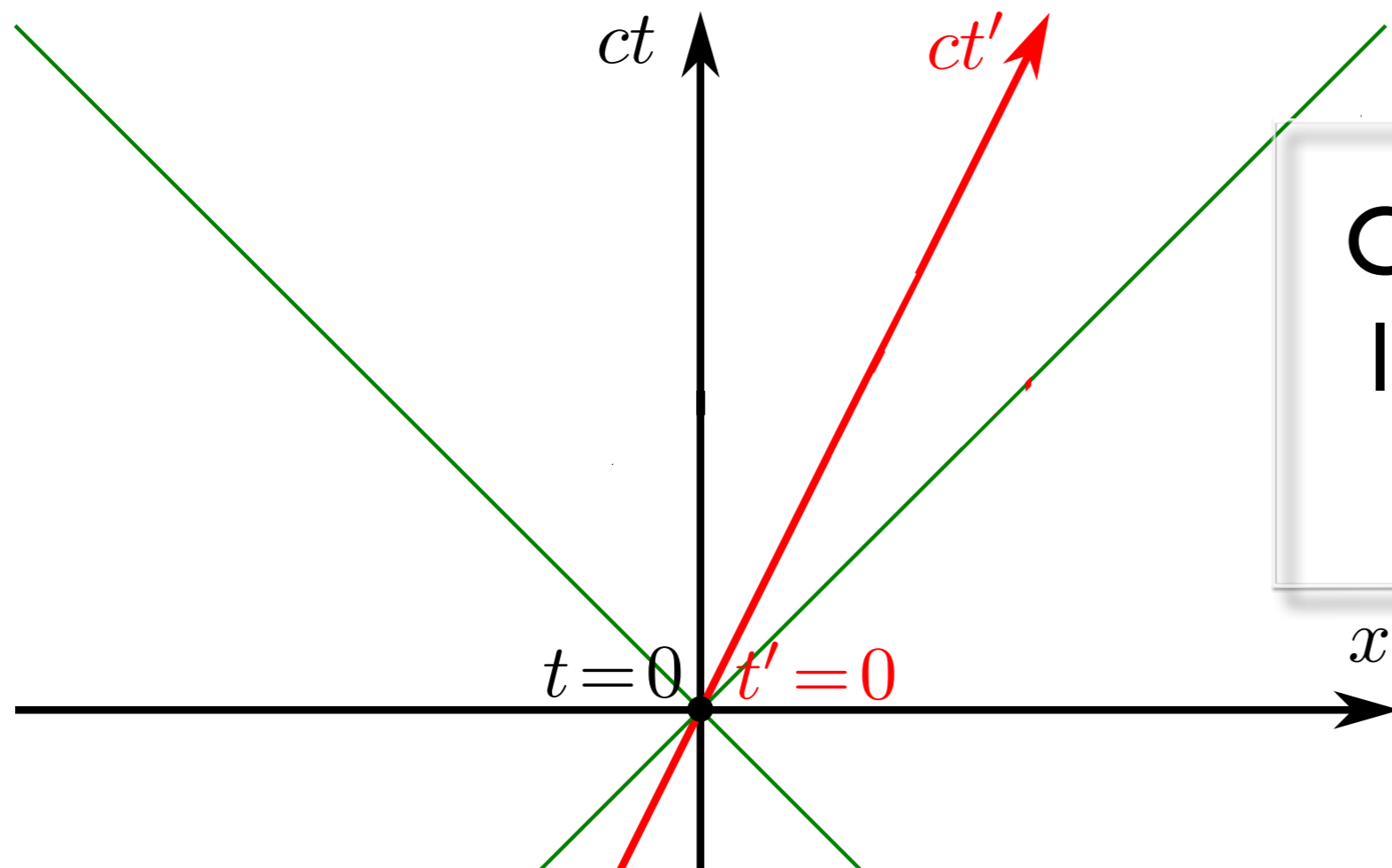


Changement de référentiel

Référentiel R
inertiel



Référentiel inertiel R' en
translation à la vitesse v par
rapport à R.



Coordonnées (x, ct) de
l'origine O' après une
durée $t'=T_0$ fixée ?

Changement de référentiel

Par définition: $x = vt$

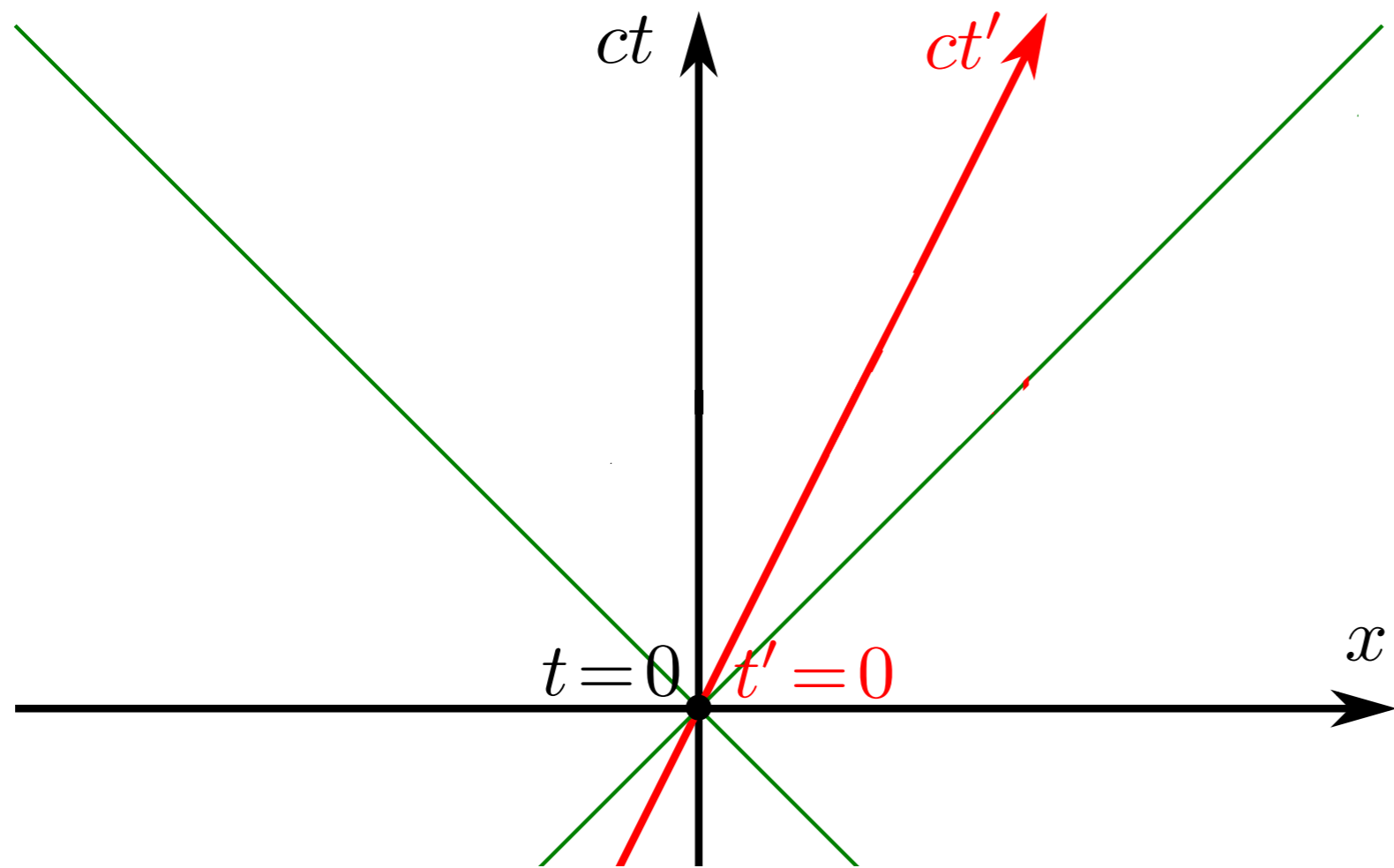
$$t' = T_0$$

Et on a toujours $t = \gamma t'$

avec ici

et

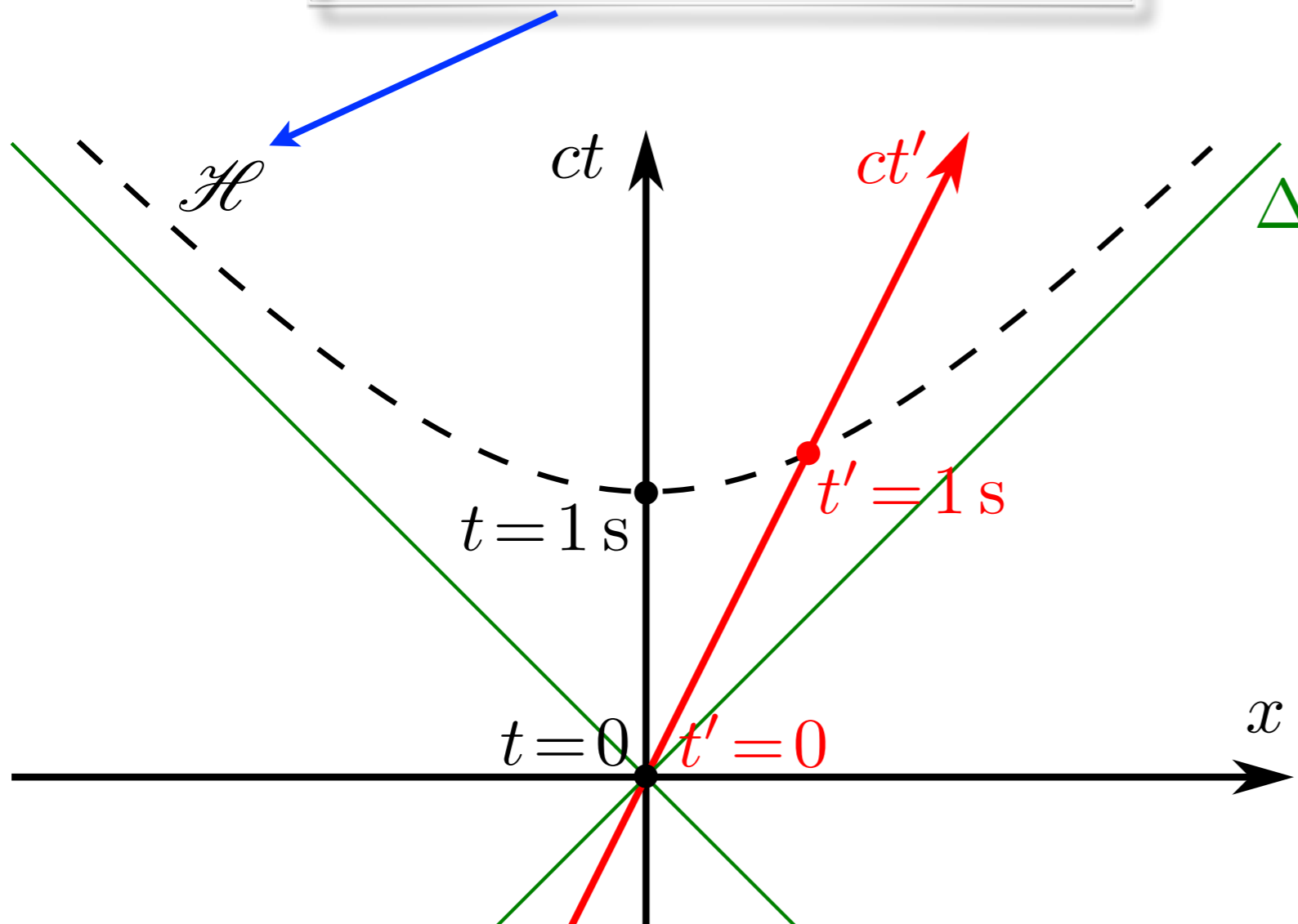
$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{x^2}{(ct)^2}}}$$



$$(ct)^2 - x^2 = c^2 T_0^2$$

Changement de référentiel

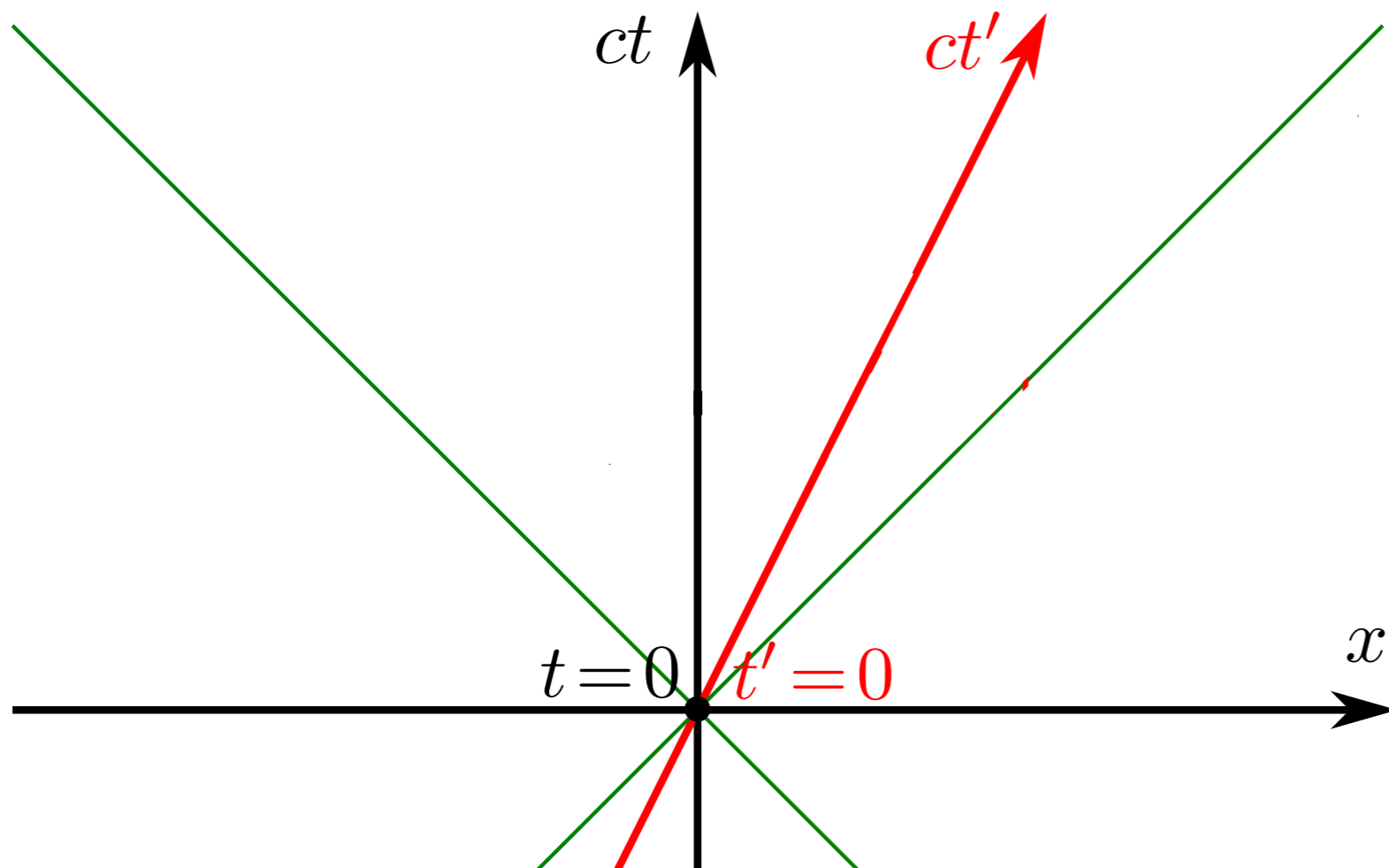
$$(ct)^2 - x^2 = c^2 T_0^2$$



Lorsque v varie, l'évènement O' de temps propre $t' = T_0$ décrit une branche d'hyperbole

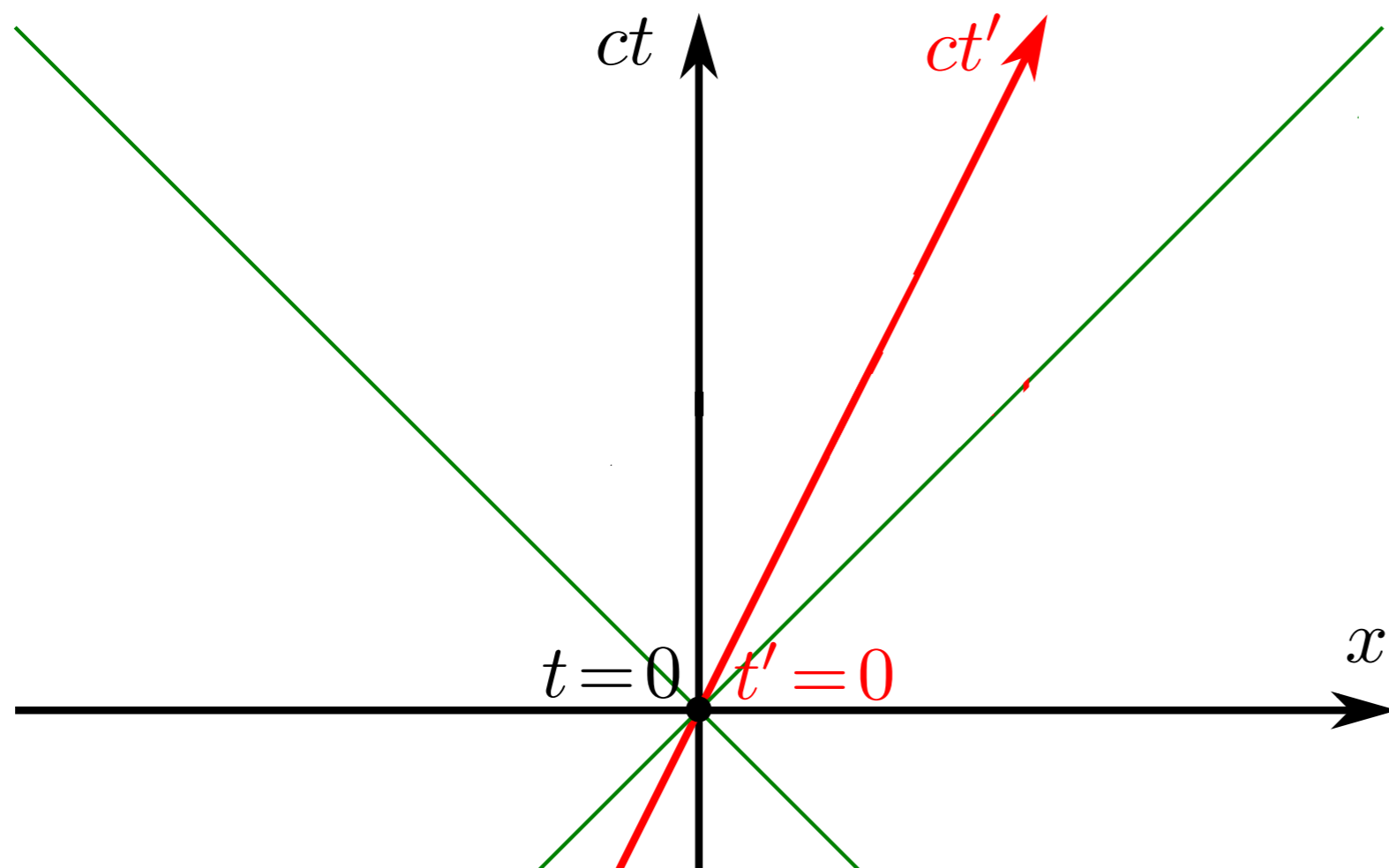
Changement de référentiel

Position dans notre diagramme d'espace-temps de l'axe x' du référentiel R' ?



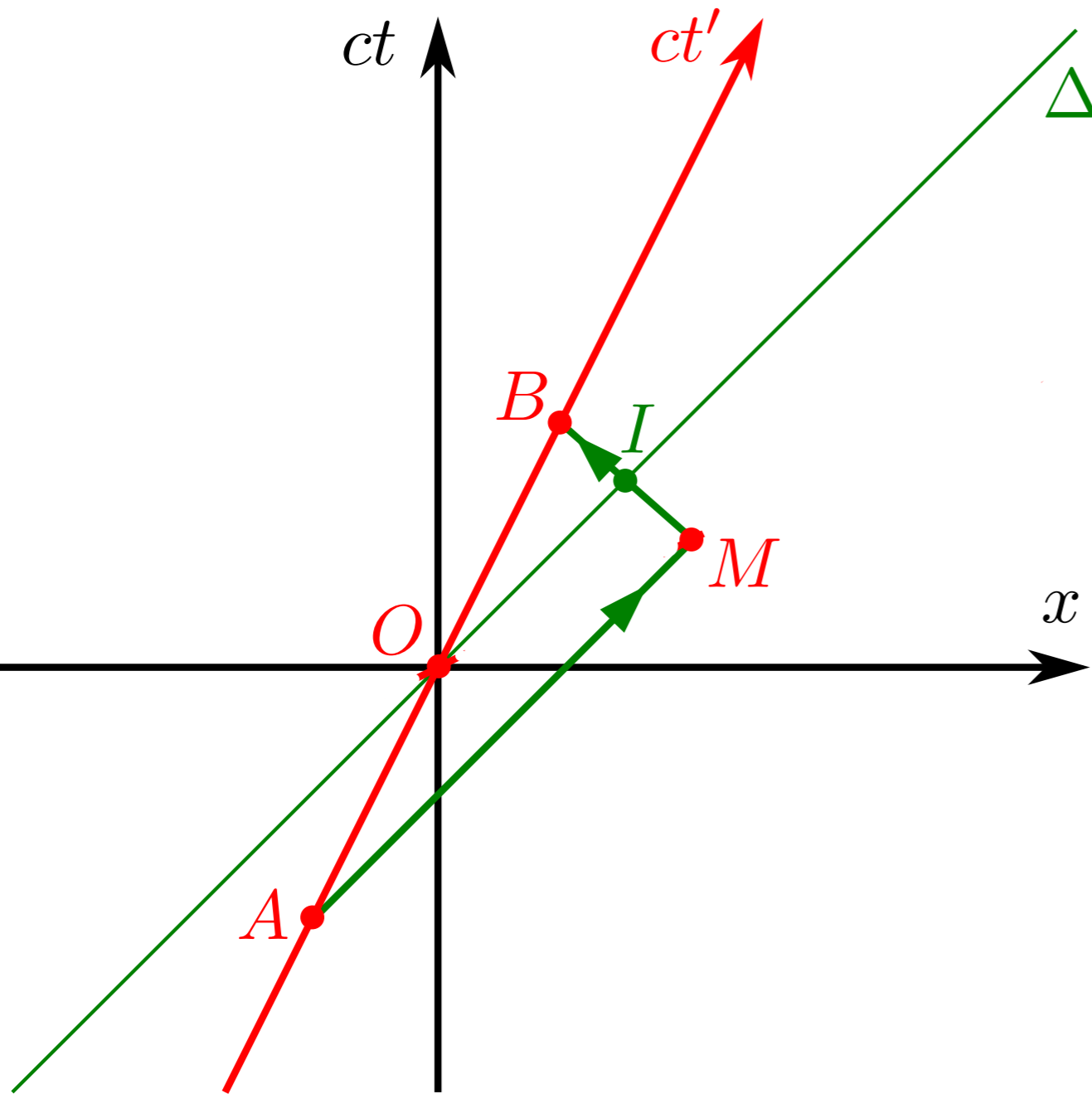
Changement de référentiel

Par définition, cet axe est l'ensemble des événements qui, du point de vue de R' , sont simultanés à l'évènement O' de temps propre $t'=0$.



L'axe peut donc être construit suivant notre critère de simultanéité (d'Einstein-Poincaré).

Changement de référentiel



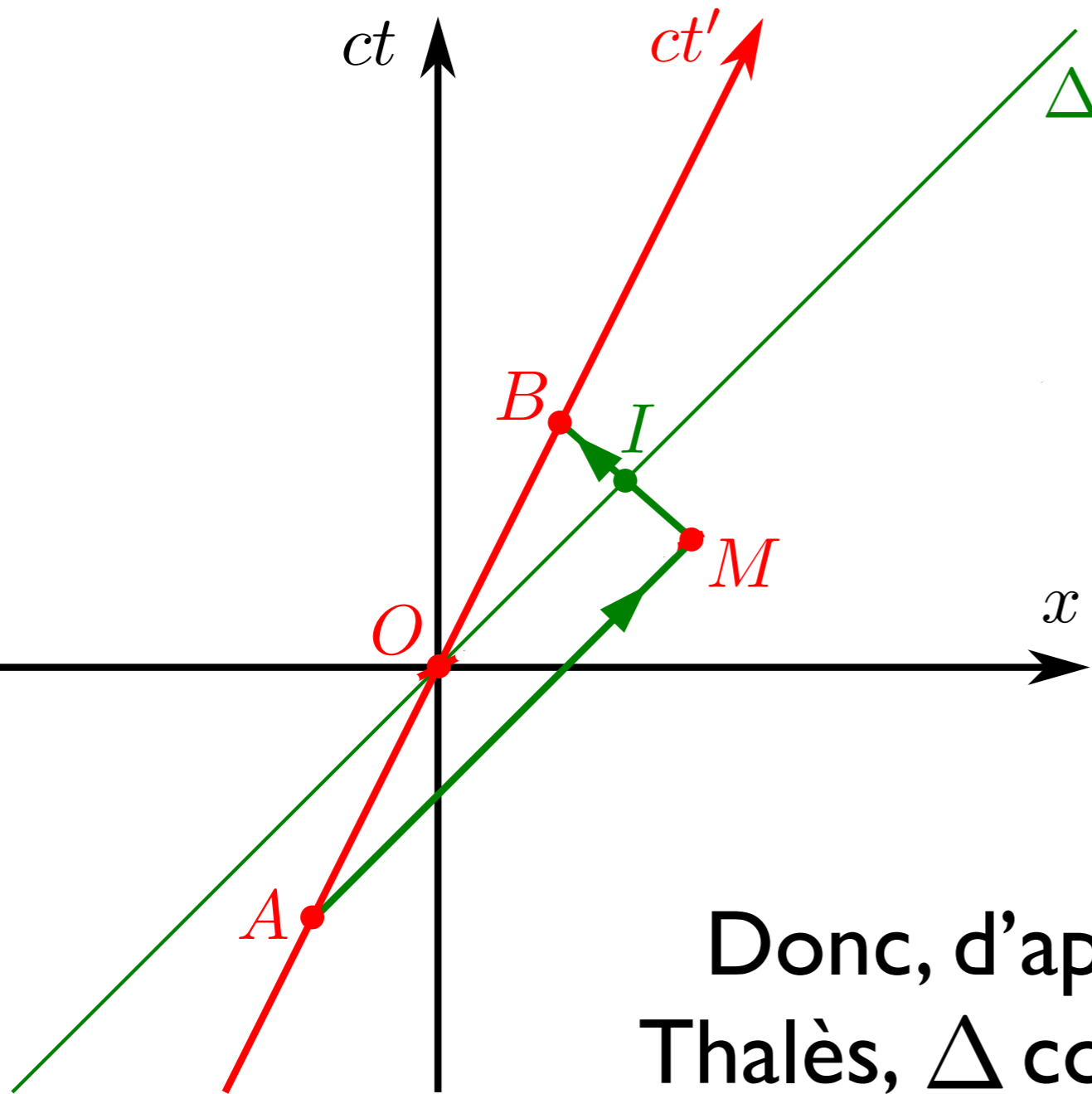
M appartient à l'axe x'



Un signal lumineux est émis de l'origine de R' en A , réfléchi en M , et revient à l'origine en B , tel que :

$$t'_O = 0 = \frac{1}{2} (t'_A + t'_B)$$

Changement de référentiel



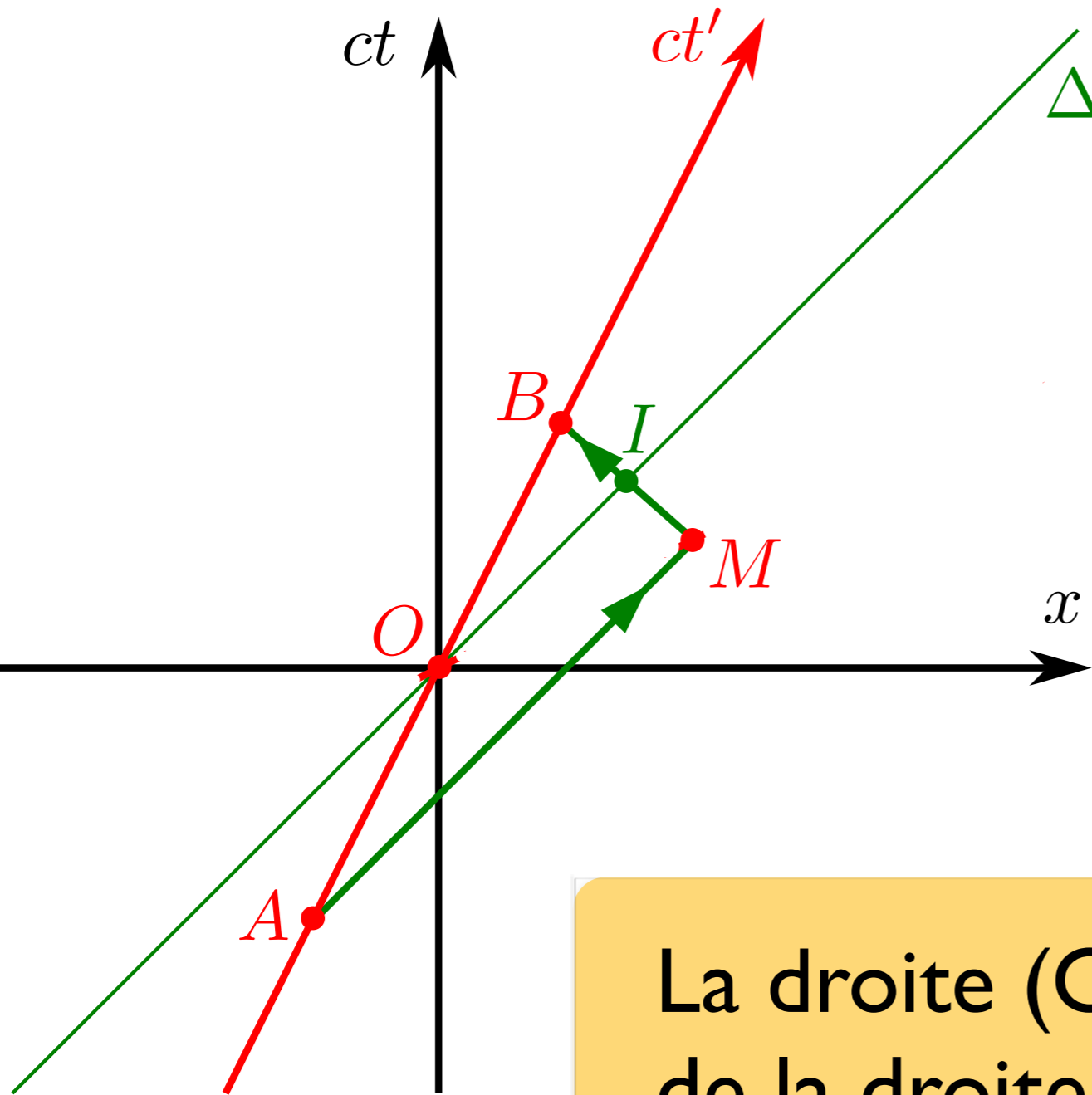
$$t'_O = 0 = \frac{1}{2} (t'_A + t'_B)$$

donc O est le milieu du segment $[AB]$.

Or, la droite (AM) est parallèle à Δ

Donc, d'après le théorème de Thalès, Δ coupe le segment $[BM]$ en son milieu I

Changement de référentiel



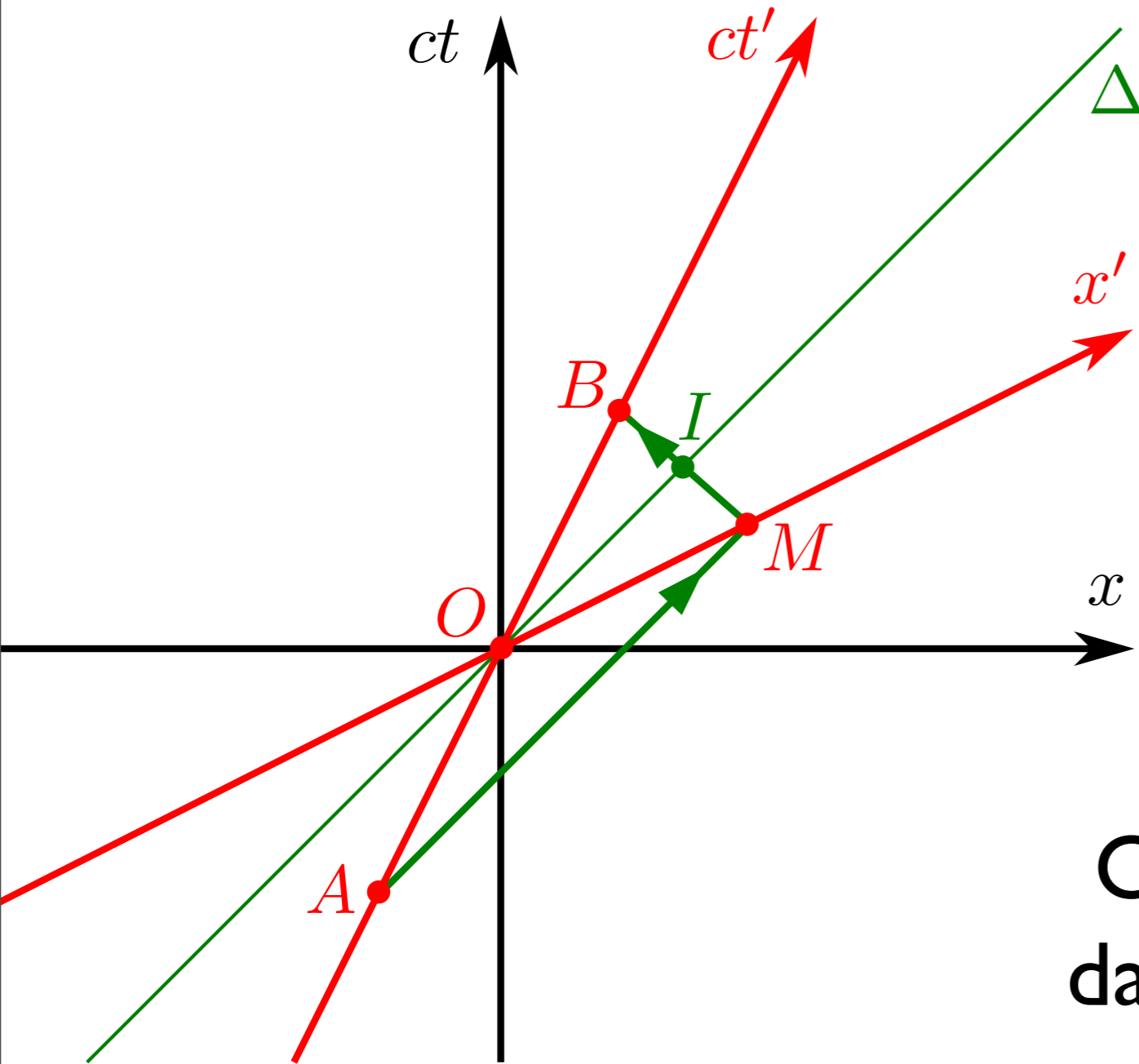
I est le milieu de $[BM]$

De plus, comme le triangle AMB est rectangle en M , les segments $[OB]$ et $[OM]$ ont la même longueur

donc

La droite (OM) est la symétrique de la droite (OB) par rapport à Δ

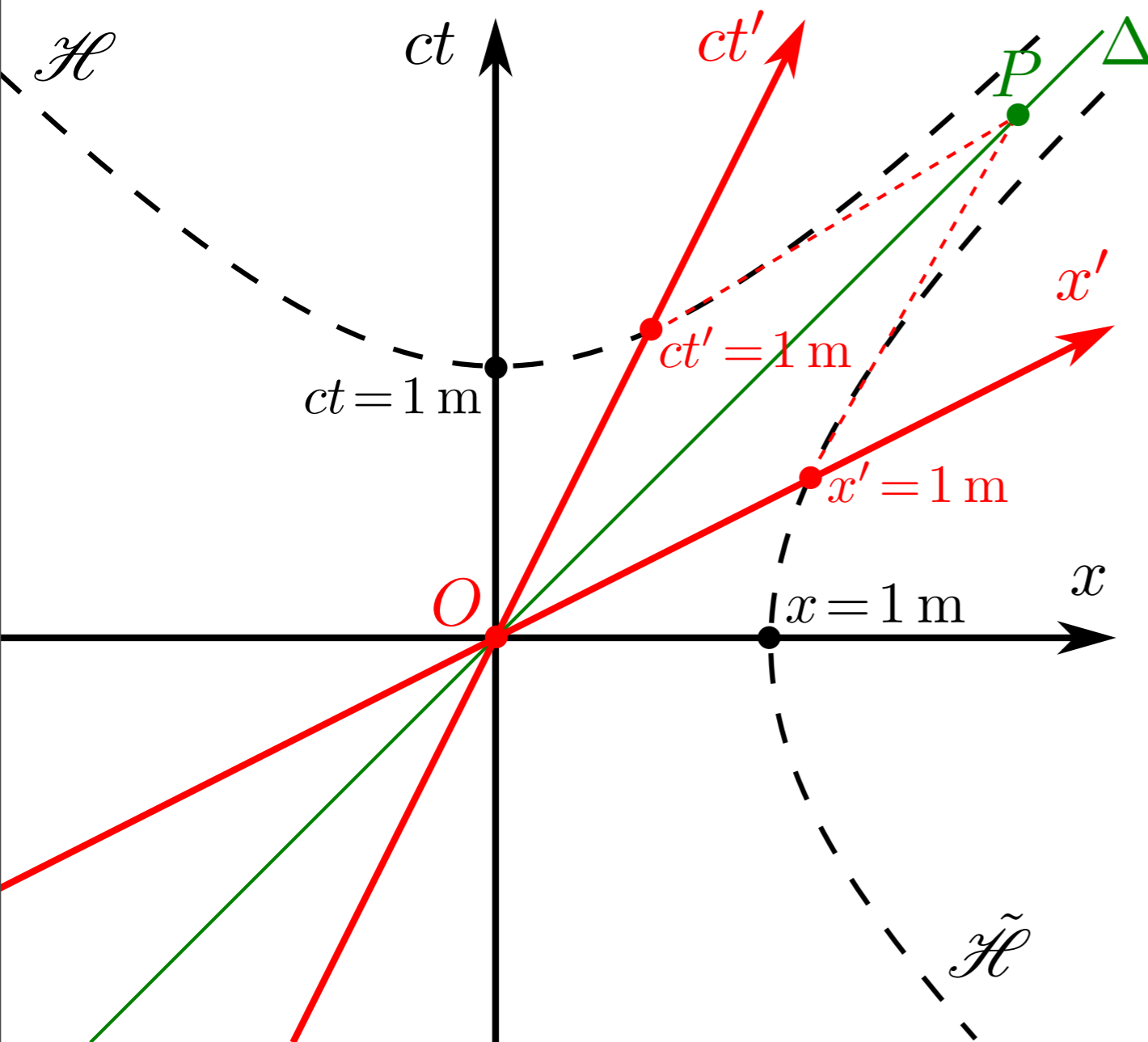
Changement de référentiel



La notion de simultanéité est relative au référentiel utilisé.

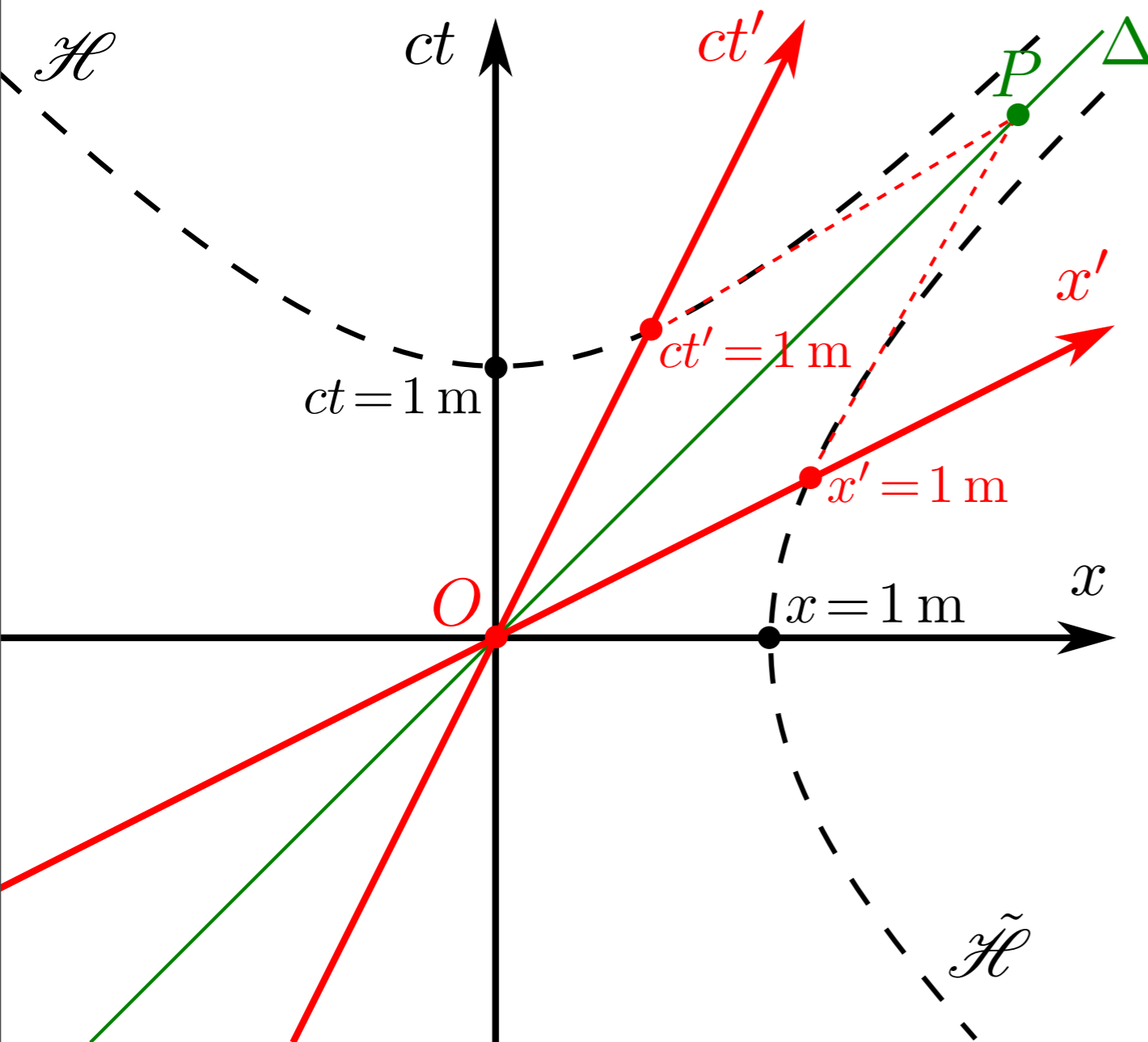
O et M sont simultanés dans R' mais pas dans R !

Changement de référentiel



L'échelle de l'axe x' se déduit de celle de l'axe t' par le **second postulat d'Einstein** : la vitesse de la lumière dans R' devant être c , le photon qui se trouvait en $(x', ct') = (0, 0)$ doit se trouver en $(x', ct') = (a, a)$ à un instant ultérieur.

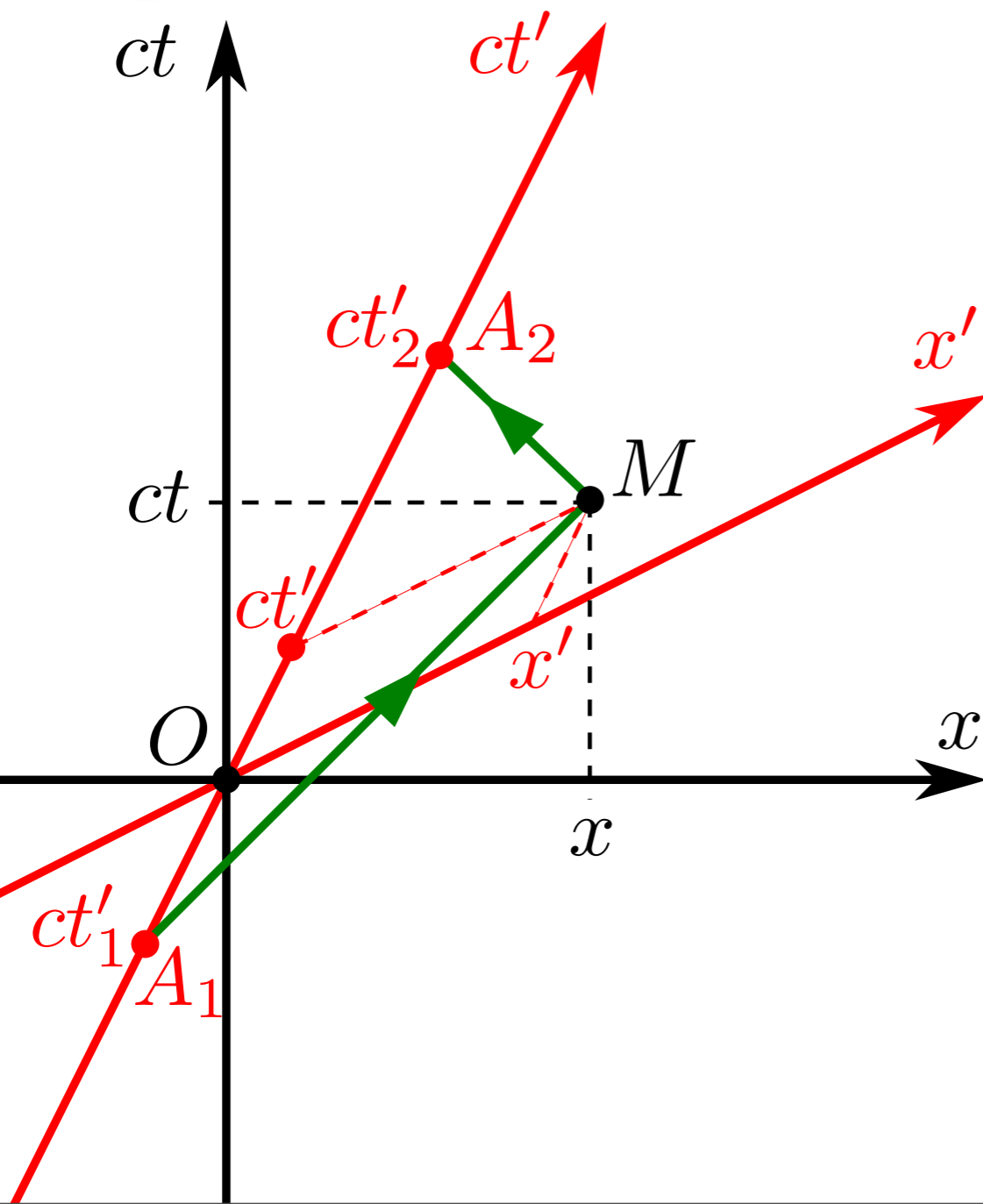
Changement de référentiel



Lorsque la vitesse v varie, l'ensemble des points de coordonnées $(x', ct') = (X_0, 0)$ décrit la branche d'hyperbole H' symétrique de H par rapport à Δ

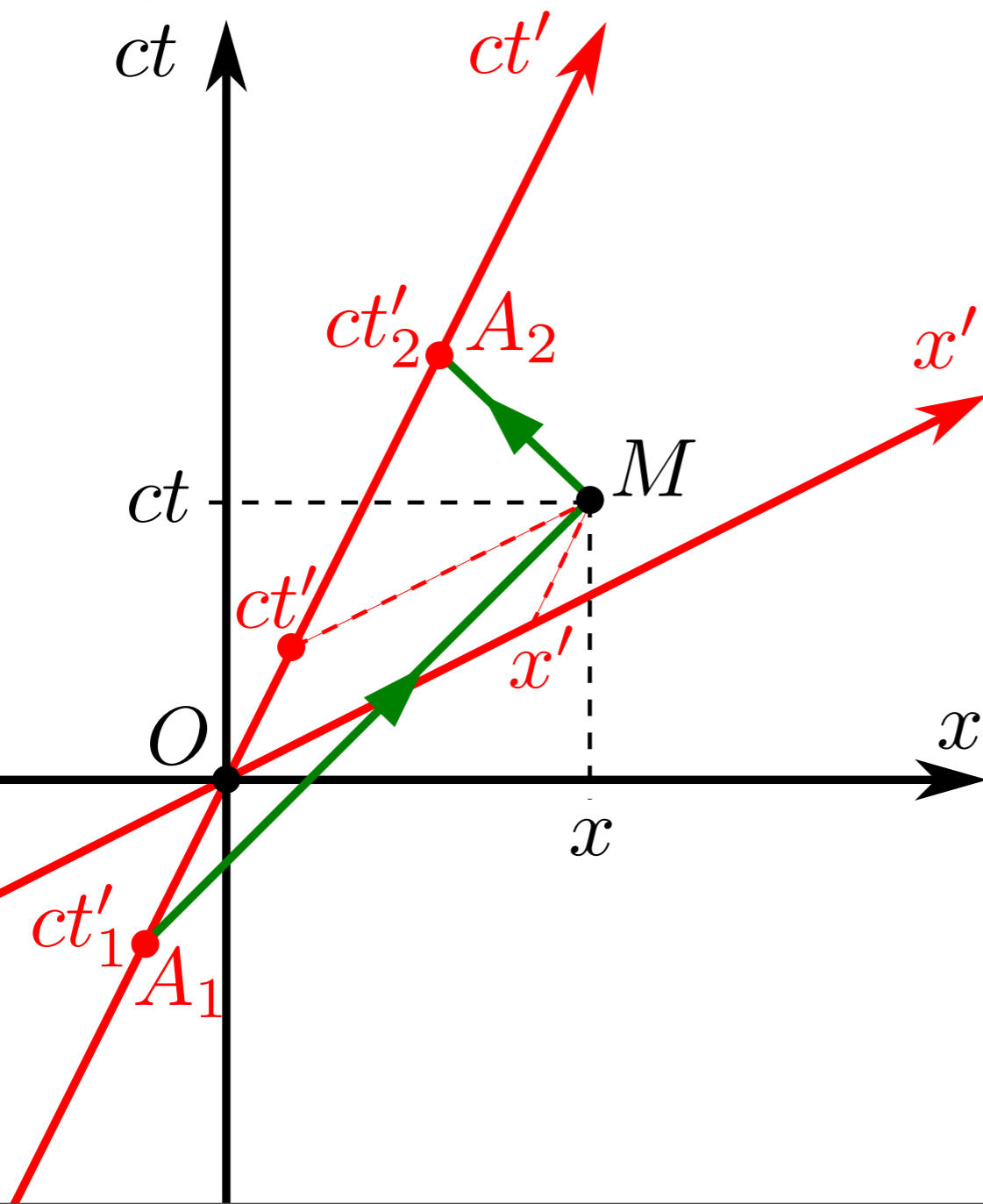
Transformation de Lorentz

Etablissons le lien entre les coordonnées dans R et les coordonnées dans R'



Transformation de Lorentz

Etablissons le lien entre les coordonnées dans R et les coordonnées dans R'



- **Evènement A1** : émission d'un signal lumineux depuis l'origine de R' vers M
- **Evènement A2** : réception après réflexion en M.

$$t' = \frac{1}{2}(t'_1 + t'_2)$$
$$x' = \frac{c}{2}(t'_2 - t'_1)$$

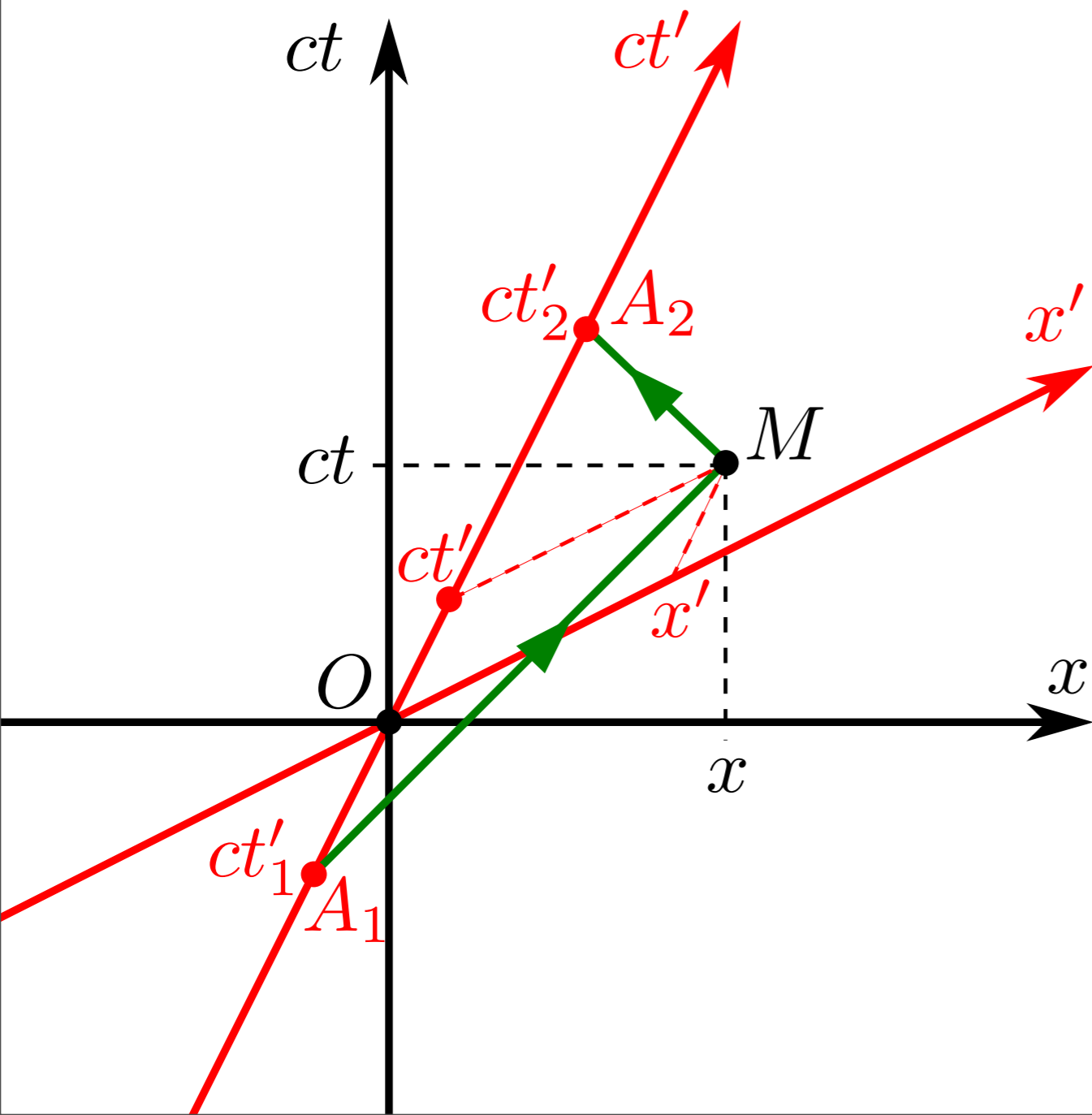
Transformation de Lorentz

A1 et A2 sont sur la ligne d'univers de l'origine de R' :

$$x_1 = vt_1 \quad x_2 = vt_2$$

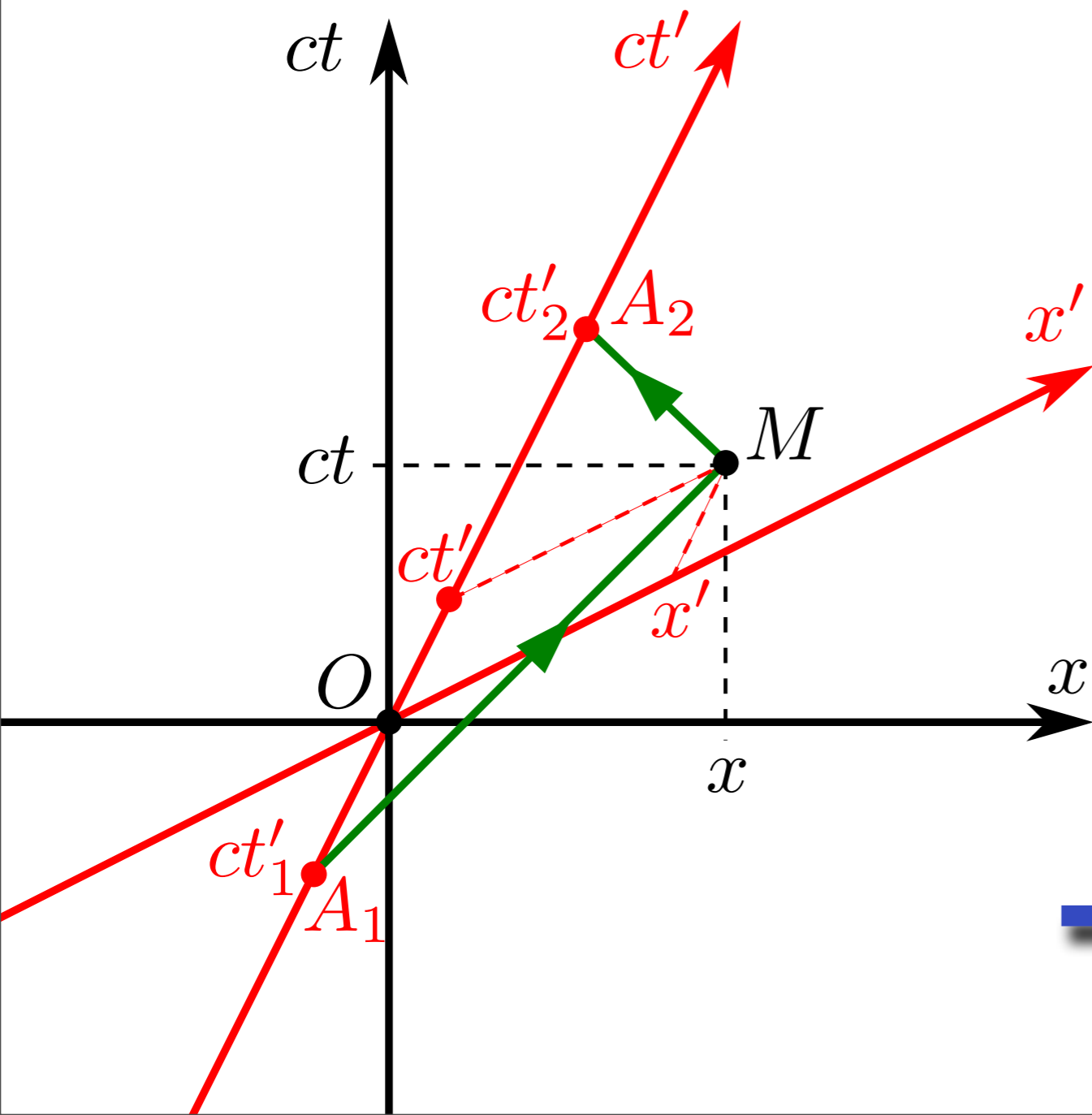
$$\overrightarrow{A_1 M} (x - vt_1, c(t - t_1))$$

$$\overrightarrow{A_2 M} (x - vt_2, c(t - t_2))$$



Transformation de Lorentz

A1 et A2 sont sur la ligne d'univers de l'origine de R' :



$$x_1 = vt_1 \quad x_2 = vt_2$$

$$\overrightarrow{A_1 M} (x - vt_1, c(t - t_1))$$

$$\overrightarrow{A_2 M} (x - vt_2, c(t - t_2))$$

Or

$\overrightarrow{A_{(1,2)} M}$ est à $\pm 45^\circ$ dans le diagramme d'espace-temps, donc

$$x - vt_1 = c(t - t_1)$$

$$x - vt_2 = -c(t - t_2)$$

Transformation de Lorentz

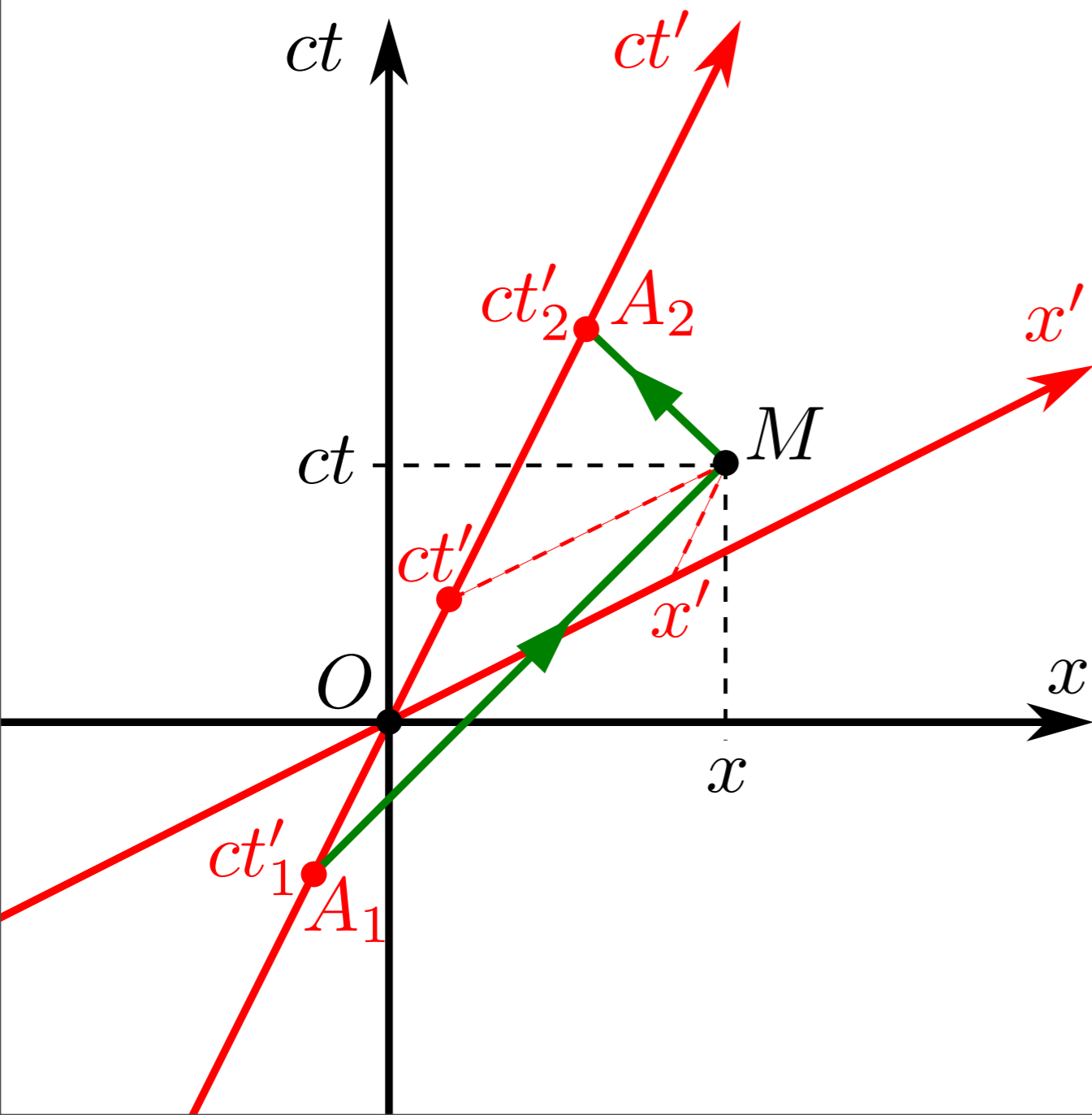
On en déduit

$$t_1 = \frac{ct - x}{c - v} \quad \text{et} \quad t_2 = \frac{ct + x}{c + v}$$

Pour des évènements comme A_1 et A_2 , situés à l'origine de R' , on a

$$t = \gamma t'$$

$$t'_1 = t_1/\gamma \quad \text{et} \quad t'_2 = t_2/\gamma$$



Transformation de Lorentz

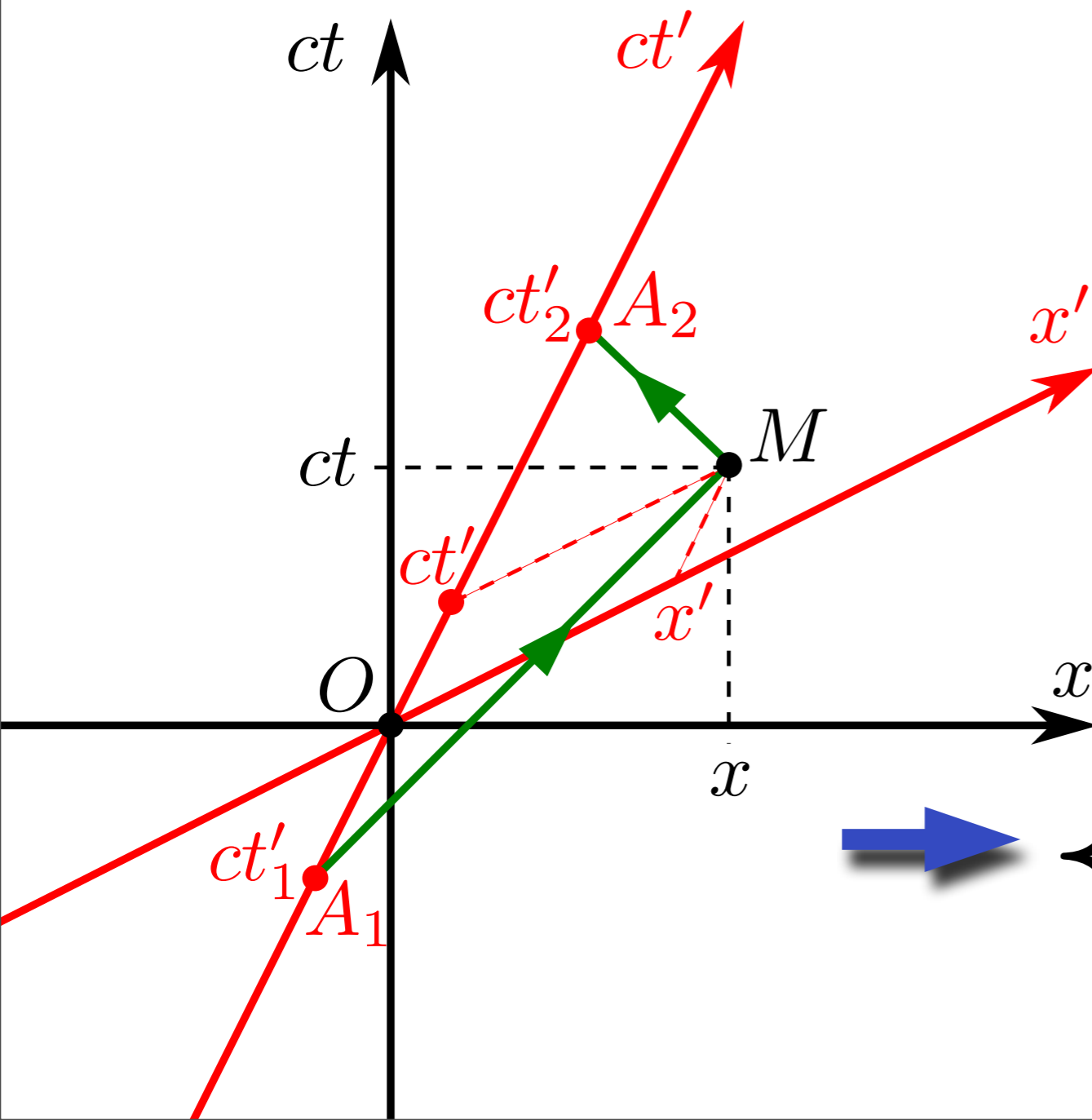
On en déduit

$$t_1 = \frac{ct - x}{c - v} \quad \text{et} \quad t_2 = \frac{ct + x}{c + v}$$

Pour des évènements comme A1 et A2, situés à l'origine de R', on a

$$t = \gamma t'$$

$$t'_1 = t_1/\gamma \quad \text{et} \quad t'_2 = t_2/\gamma$$



$$\begin{cases} t' = \frac{1}{2}(t'_1 + t'_2) = \gamma \left(t - \frac{vx}{c^2} \right) \\ x' = \frac{c}{2}(t'_2 - t'_1) = \gamma (x - vt) \end{cases}$$

Transformation de Lorentz

$$ct' = \gamma \left(ct - \frac{v}{c}x \right)$$

$$x' = \gamma \left(x - \frac{v}{c}ct \right)$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Transformation de
Lorentz spéciale
de R vers R'

Transformation de Lorentz

$$ct' = \gamma \left(ct - \frac{v}{c}x \right)$$

$$x' = \gamma \left(x - \frac{v}{c}ct \right)$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Transformation de Lorentz spéciale de R vers R'

A la limite $|v| \ll c$
la transformation de Lorentz se réduit à la transformation de Galilée :

$$t' = t$$

$$x' = x - vt$$

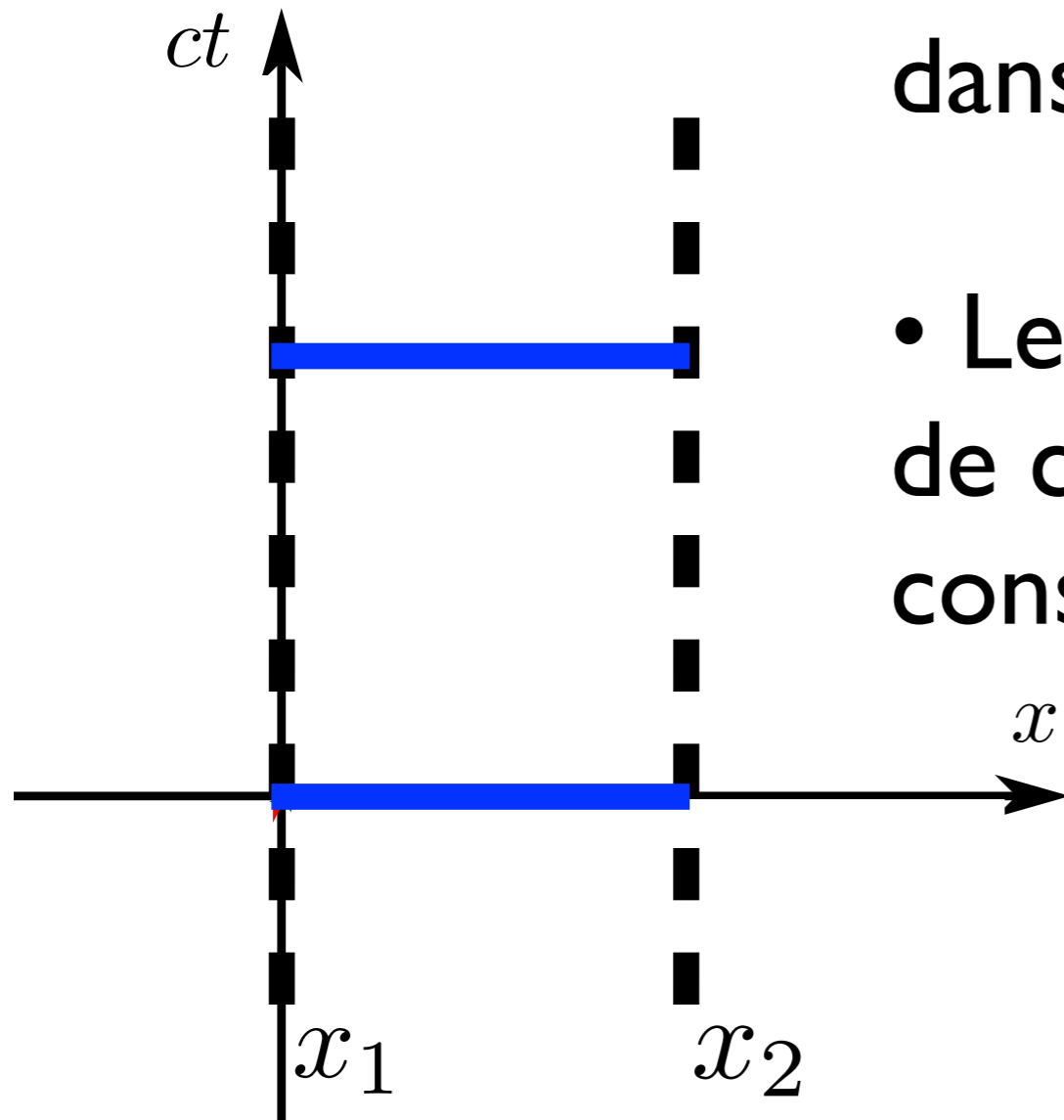
CONTRACTION

des

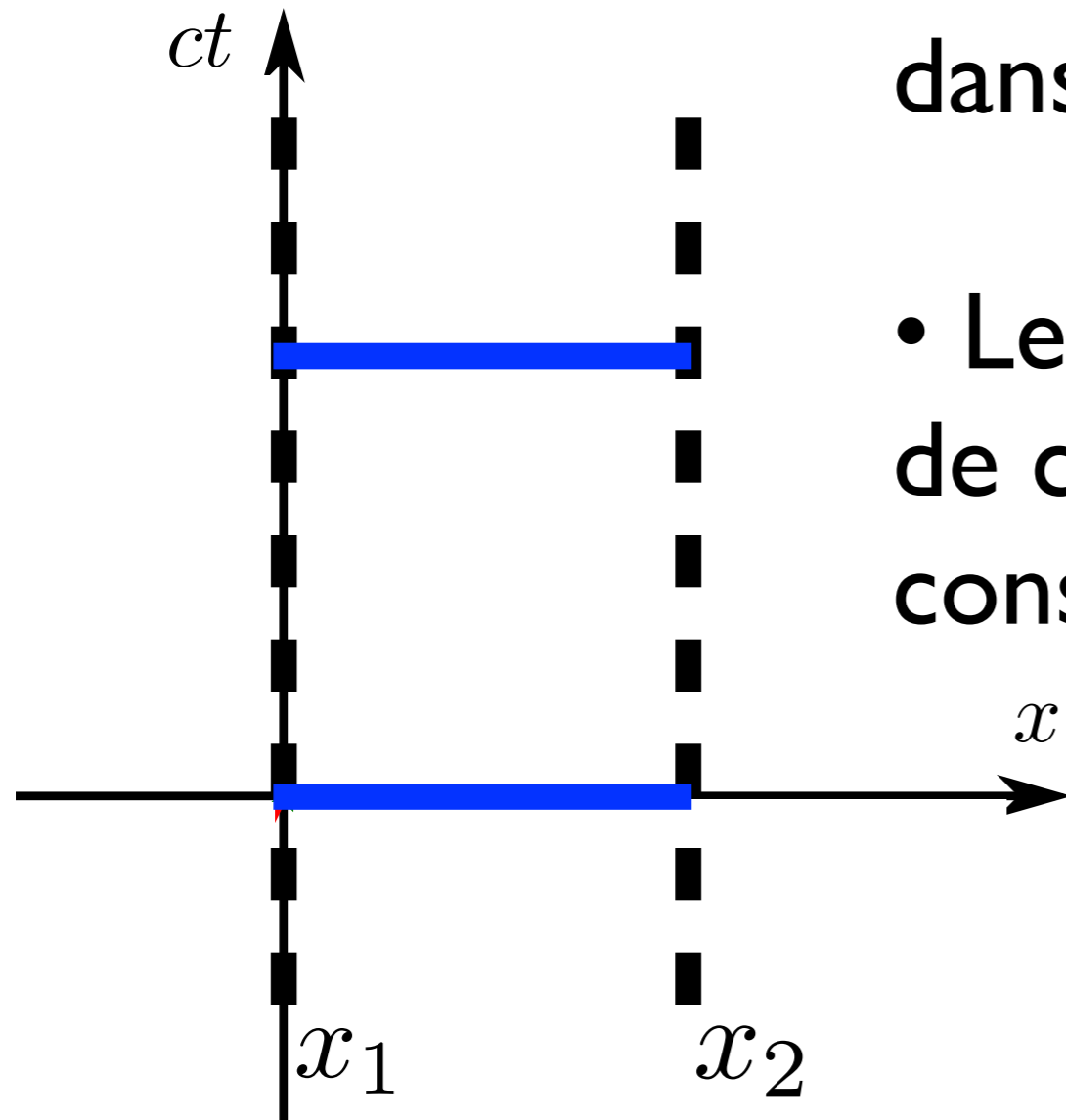
LONGUEURS

Contraction des longueurs

- Considérons une règle immobile dans un référentiel inertiel R
- Les 2 extrémités de la règle sont de coordonnées x_1 et x_2 constantes



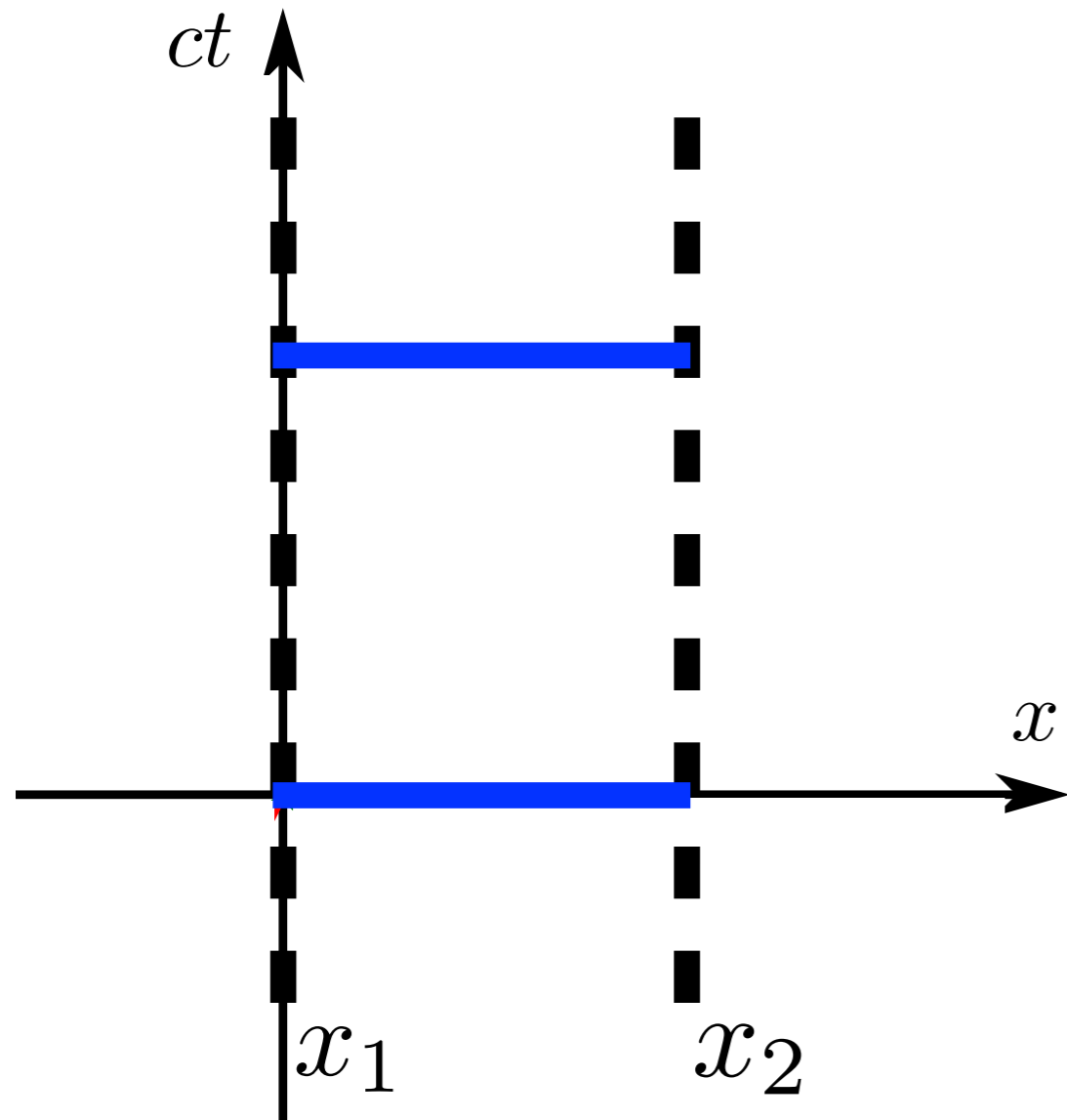
Contraction des longueurs



- Considérons une **règle immobile** dans un référentiel inertiel R
- Les 2 extrémités de la règle sont de coordonnées x_1 et x_2 constantes
- Définition naturelle :

$$L \equiv \Delta x = x_2 - x_1$$

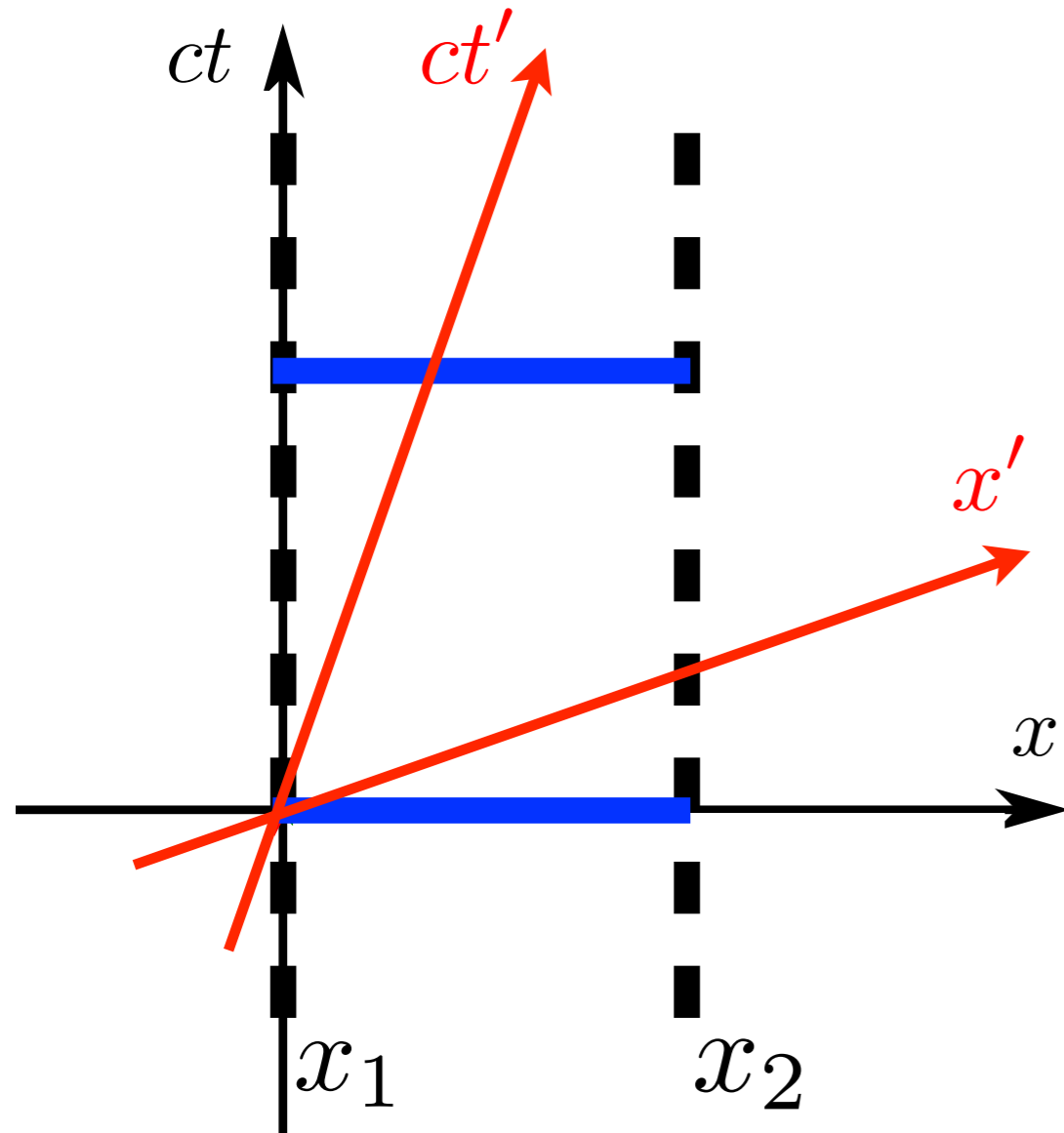
Contraction des longueurs



- Point de vue d'un observateur lié à R' , en translation à vitesse constante par rapport à R ?

$$L \equiv \Delta x = x_2 - x_1$$

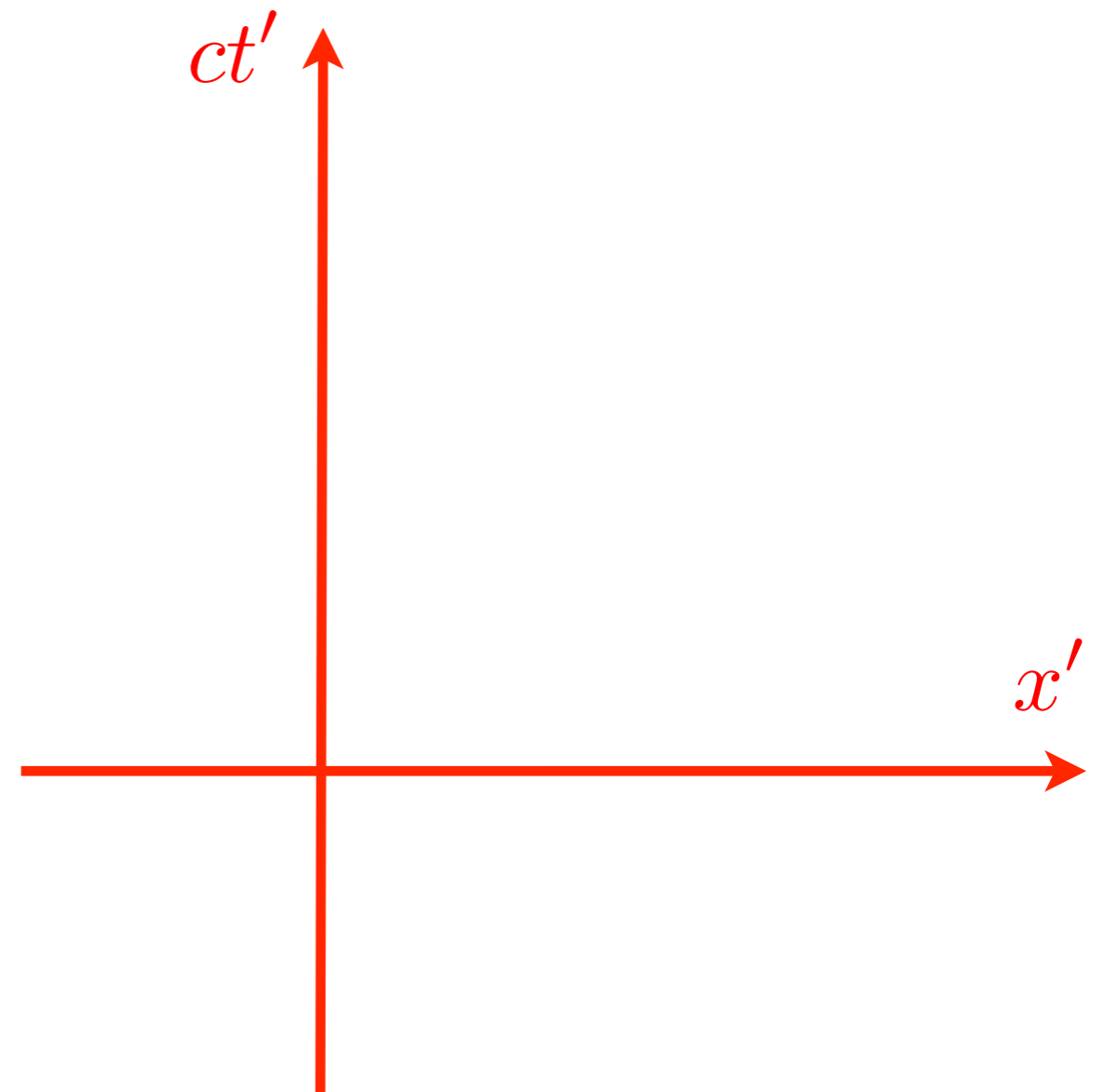
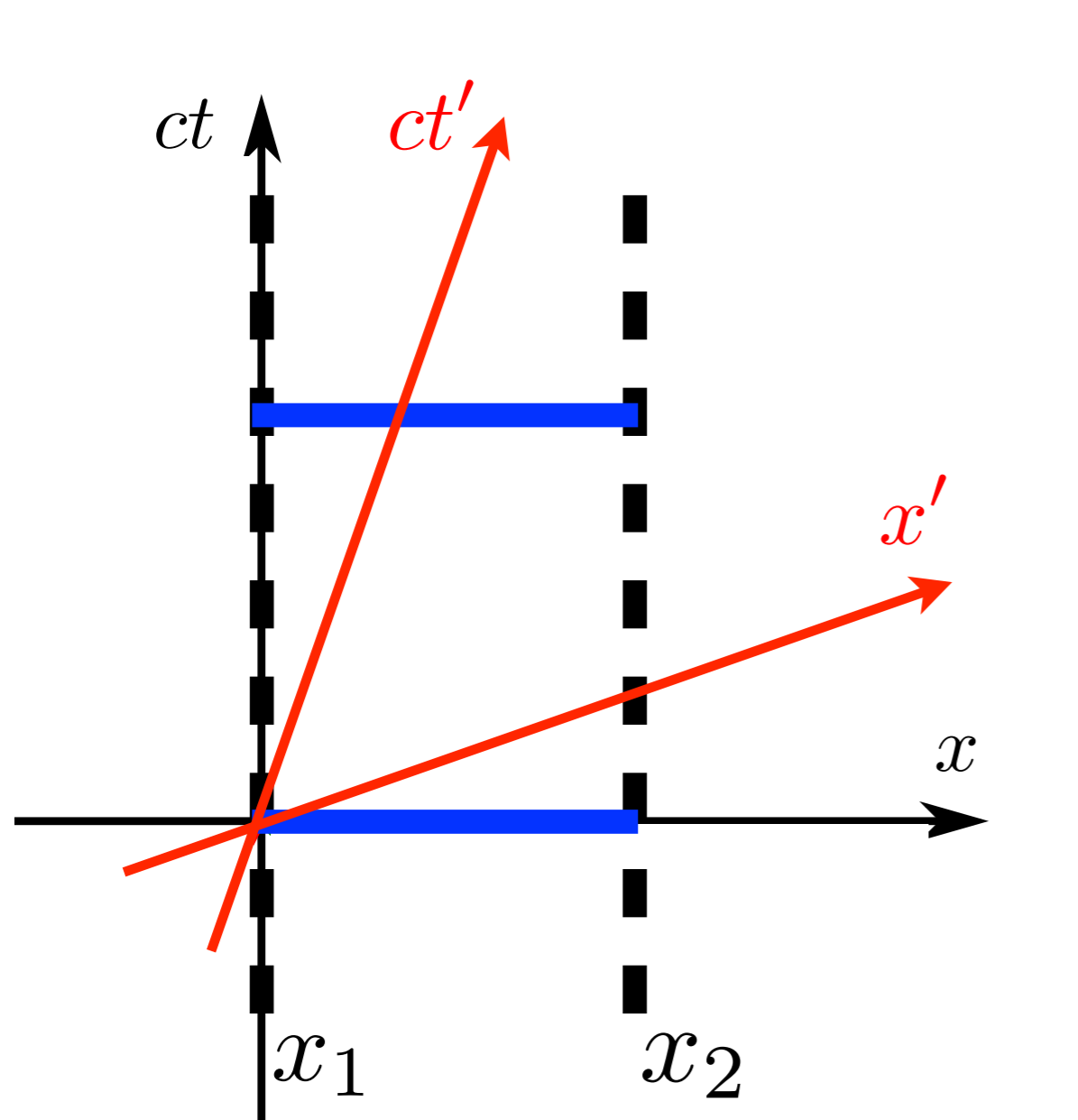
Contraction des longueurs



- Point de vue d'un observateur lié à R', en translation à vitesse constante par rapport à R ?

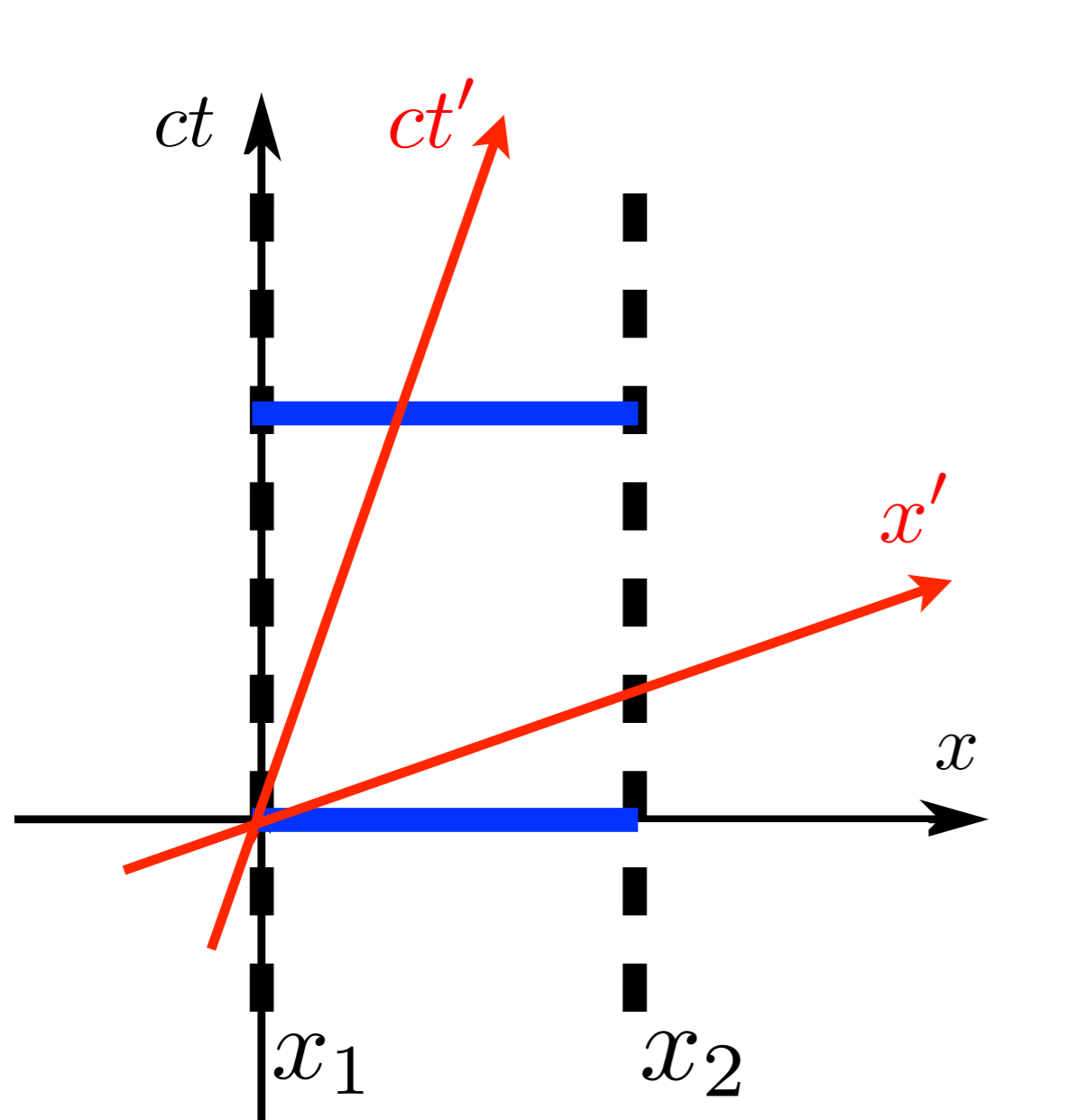
$$L \equiv \Delta x = x_2 - x_1$$

Contraction des longueurs

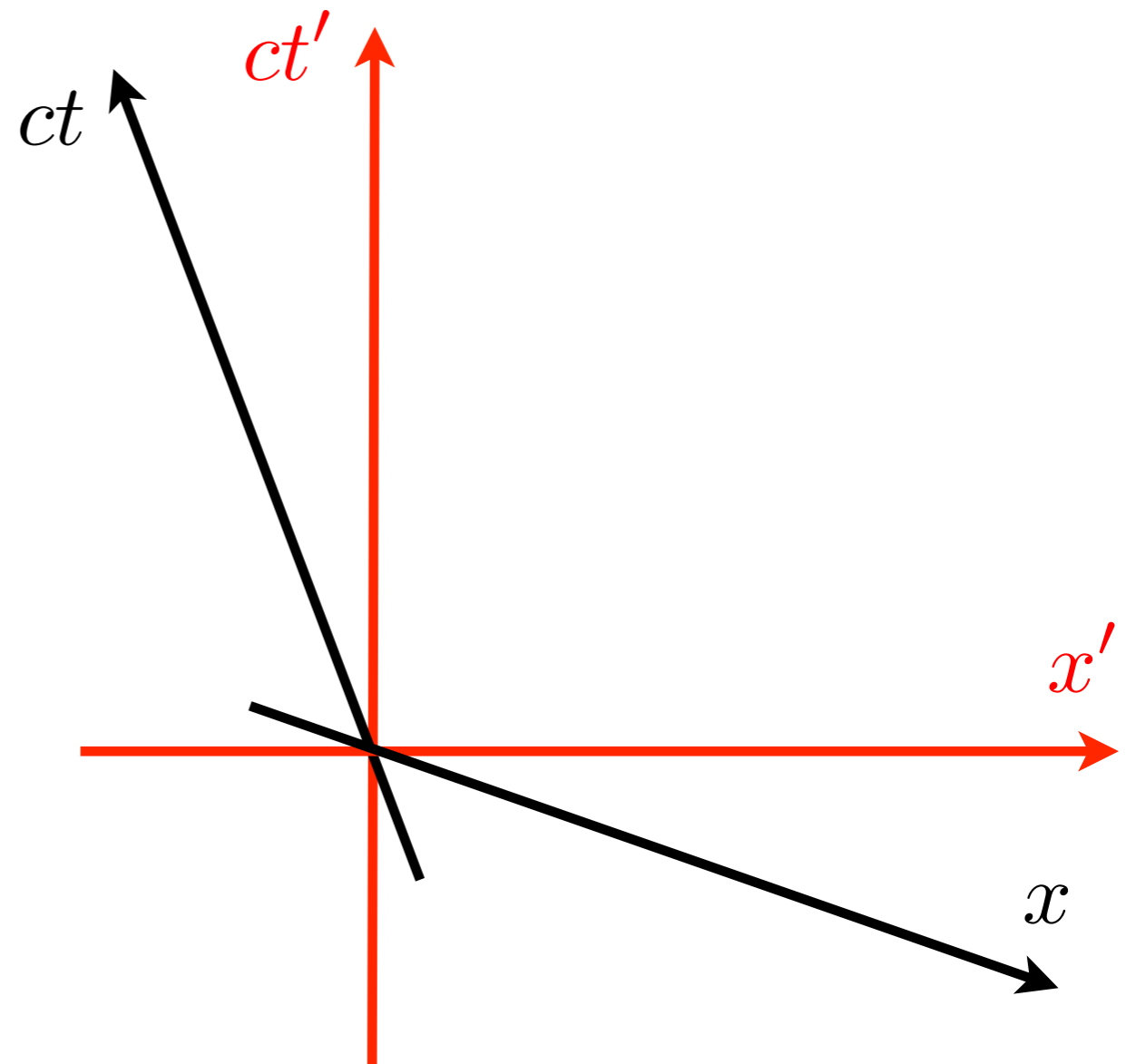


$$L \equiv \Delta x = x_2 - x_1$$

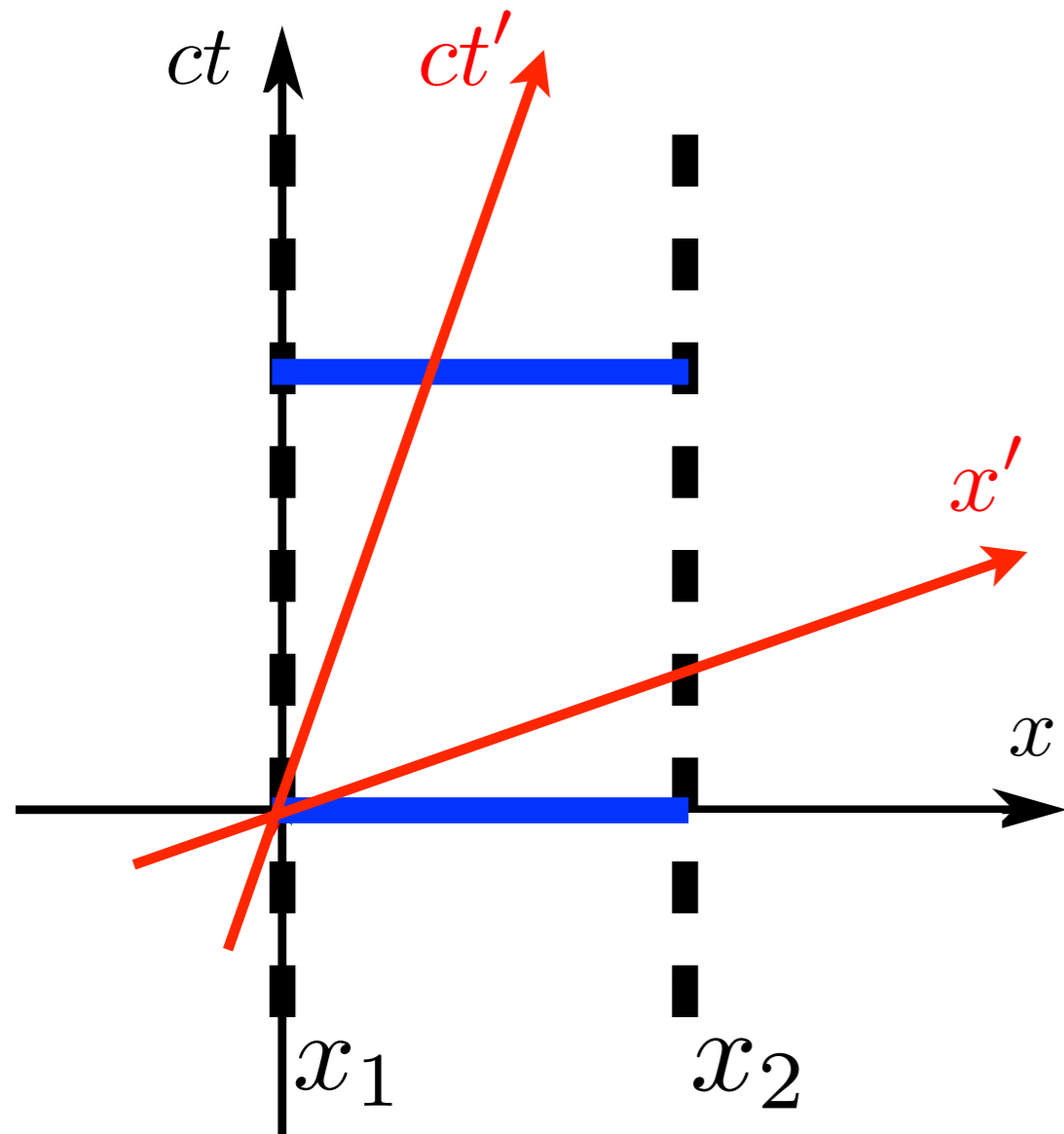
Contraction des longueurs



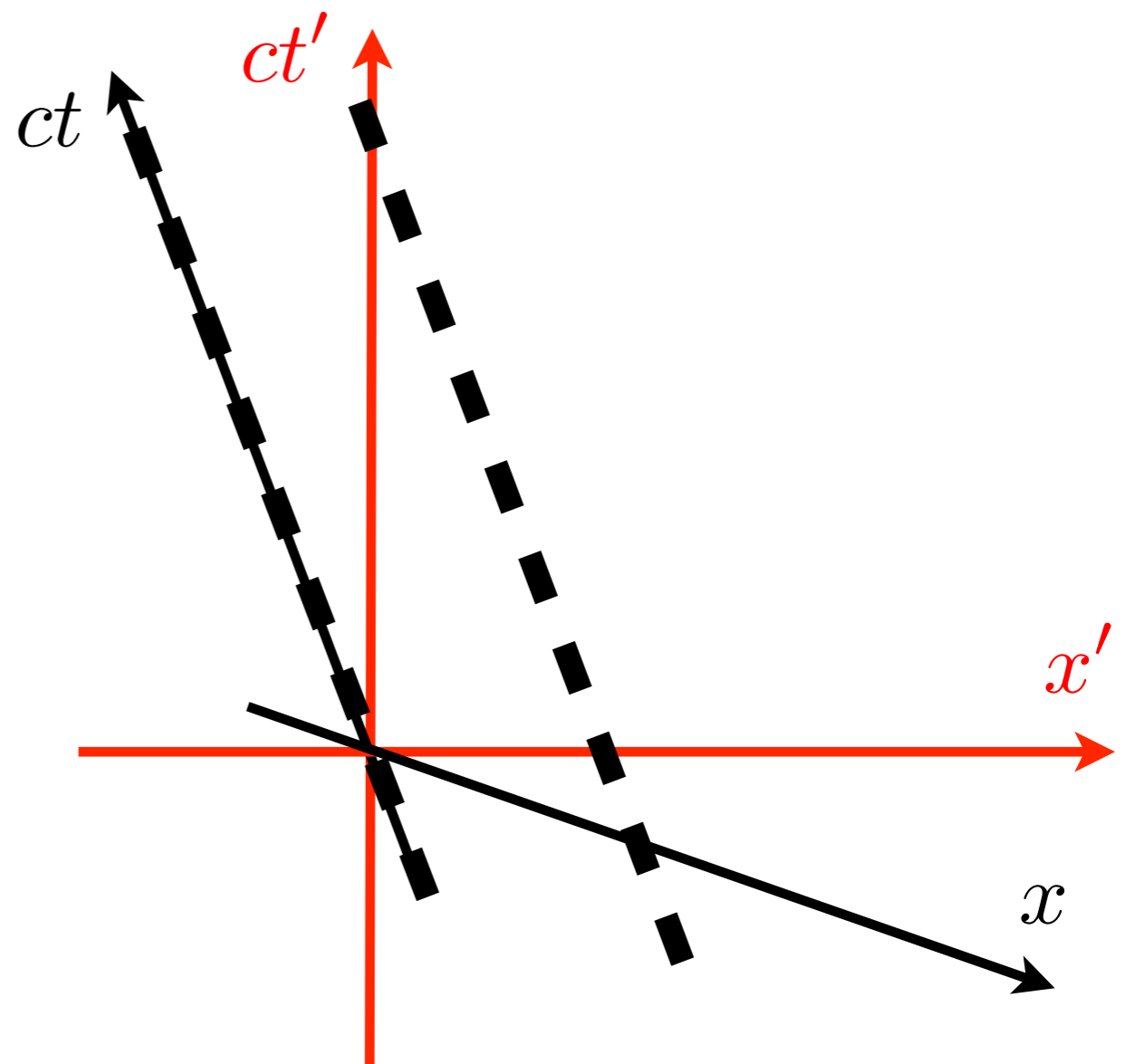
$$L \equiv \Delta x = x_2 - x_1$$



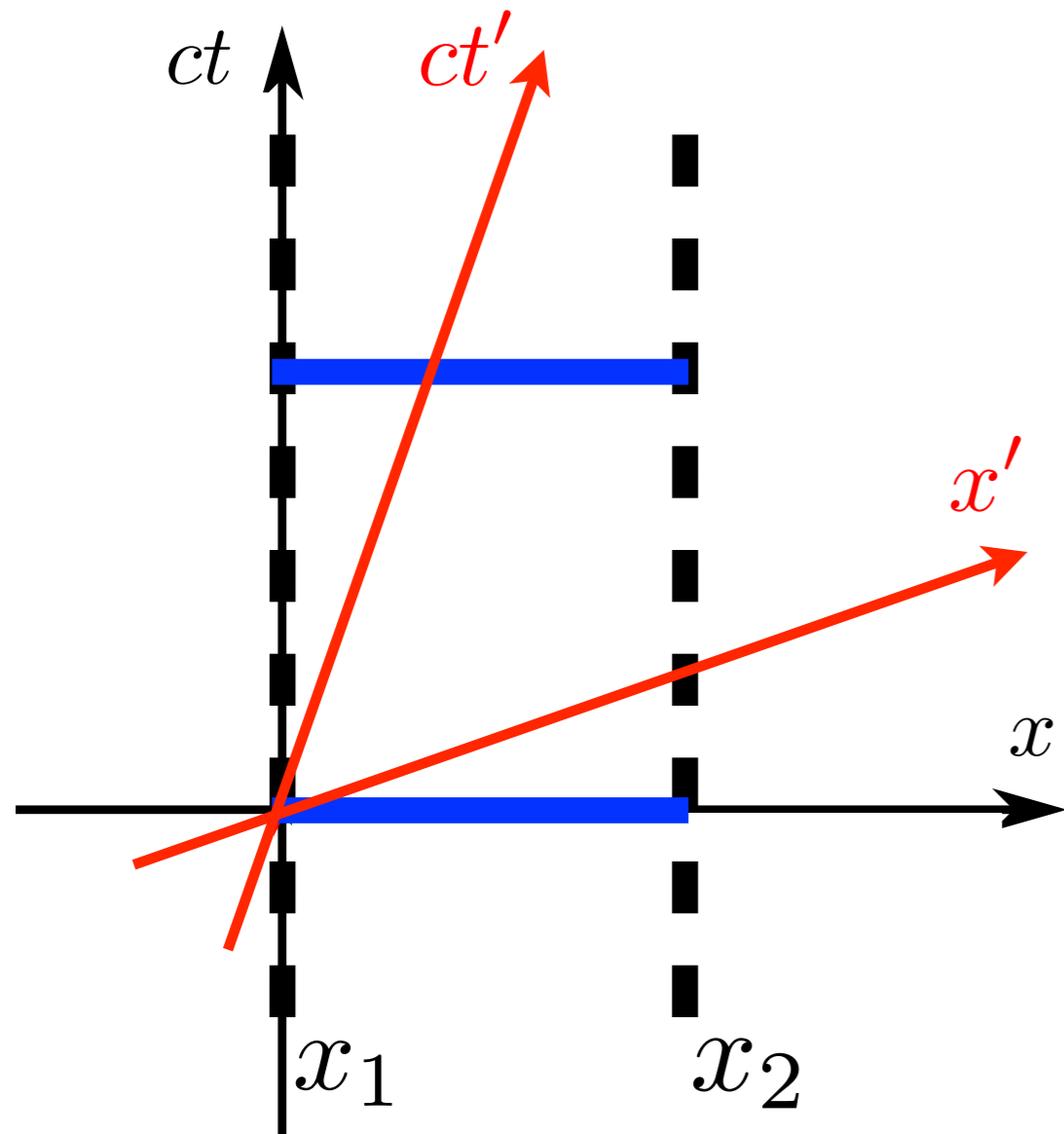
Contraction des longueurs



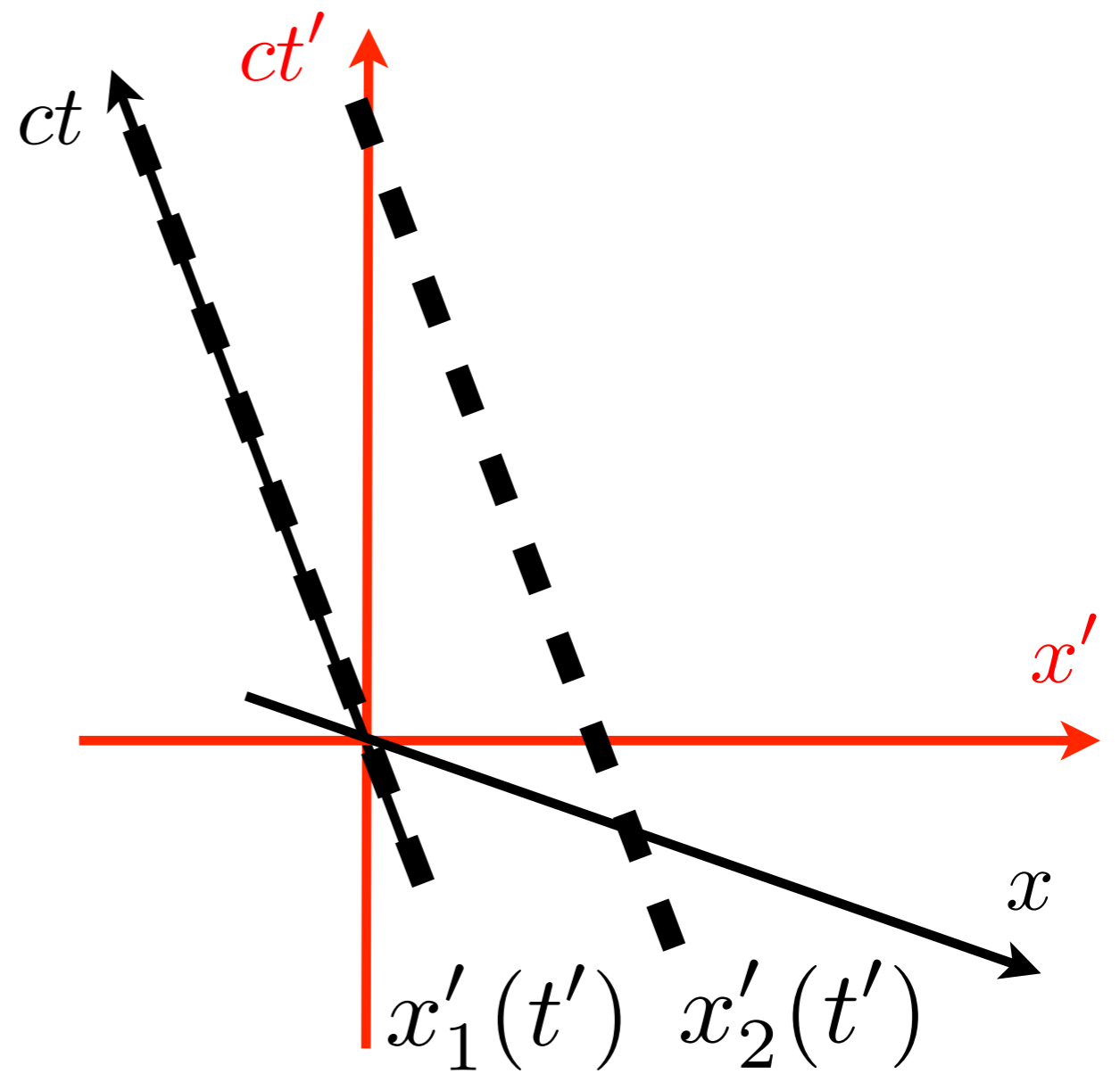
$$L \equiv \Delta x = x_2 - x_1$$



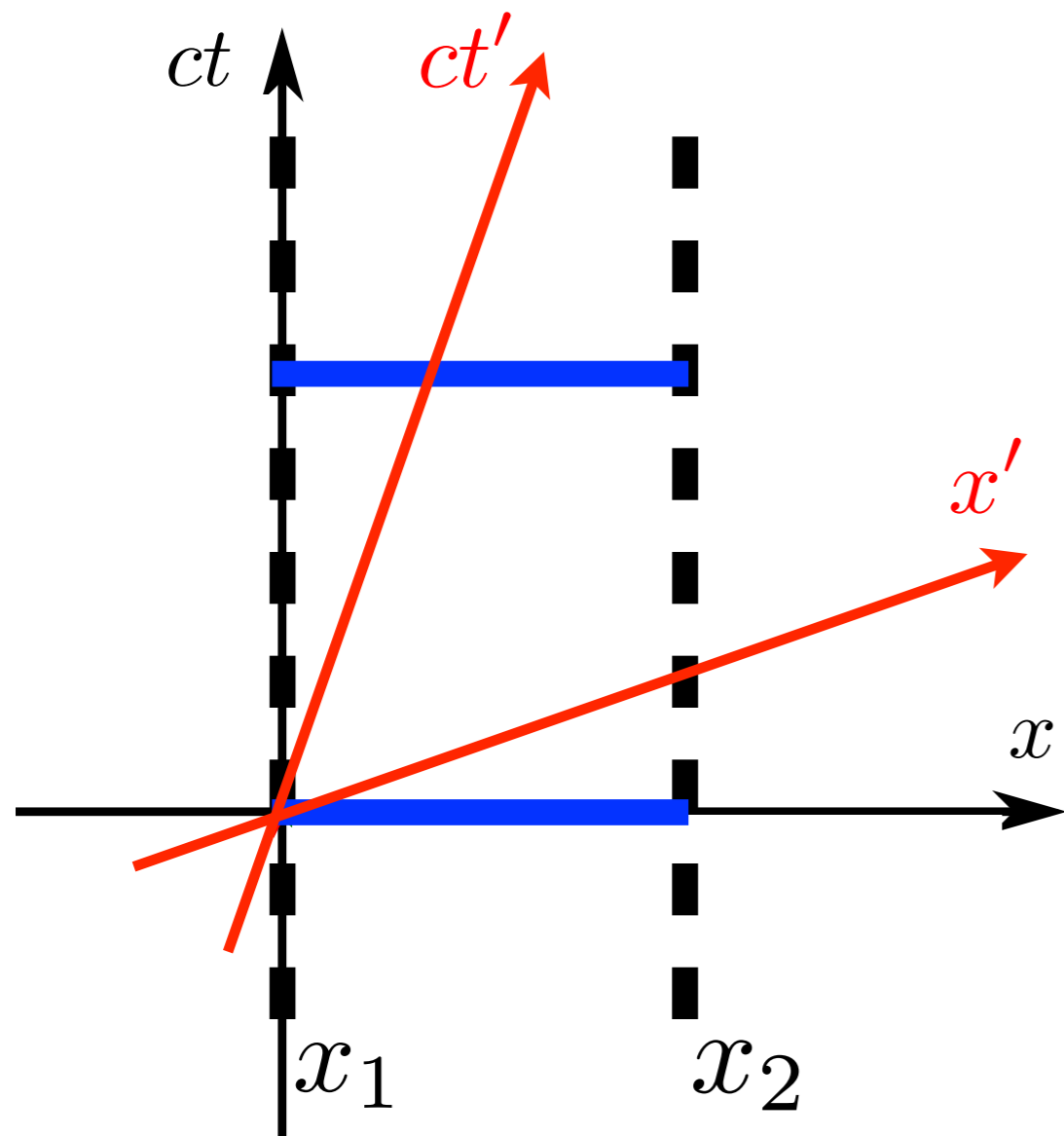
Contraction des longueurs



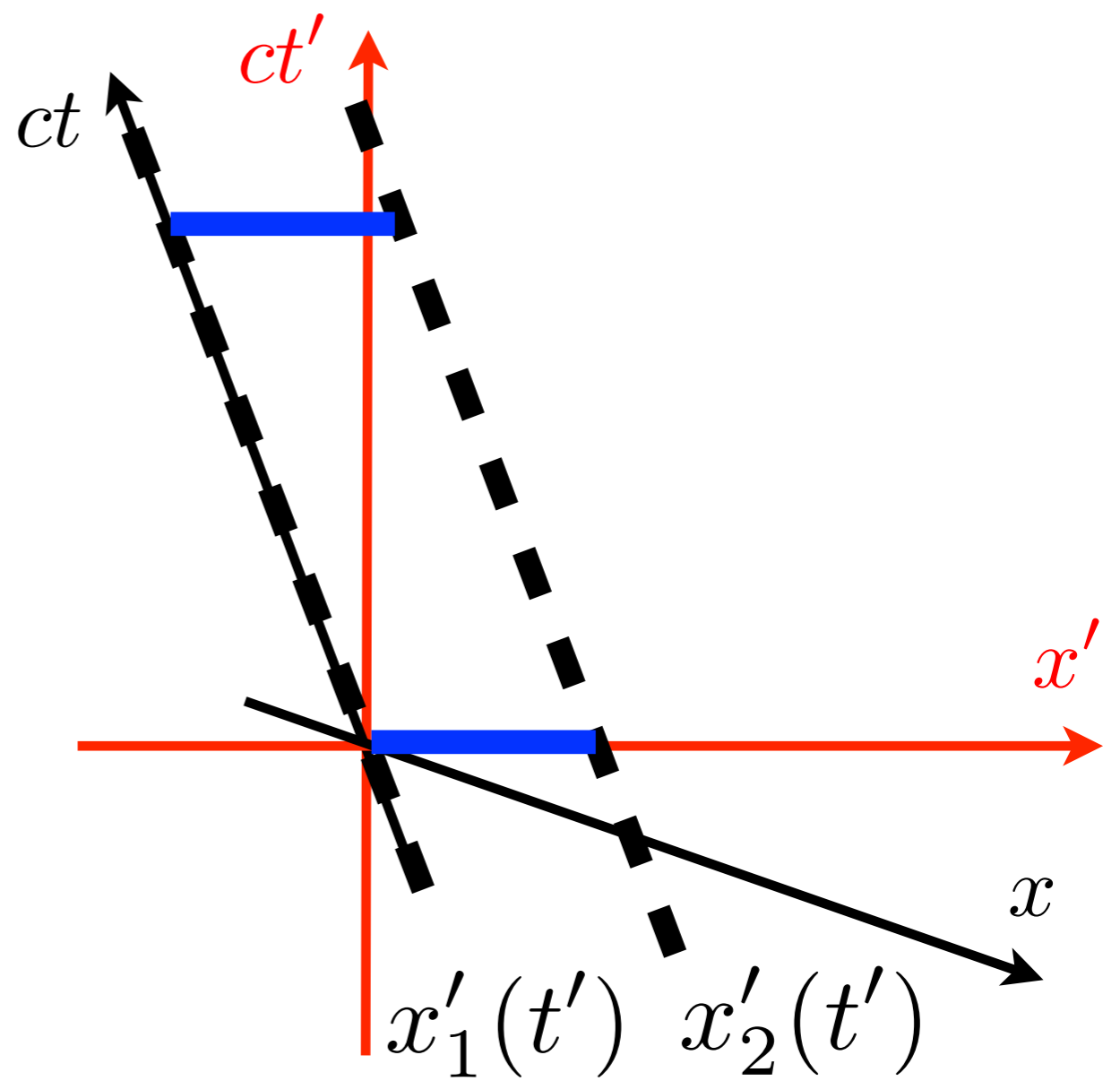
$$L \equiv \Delta x = x_2 - x_1$$



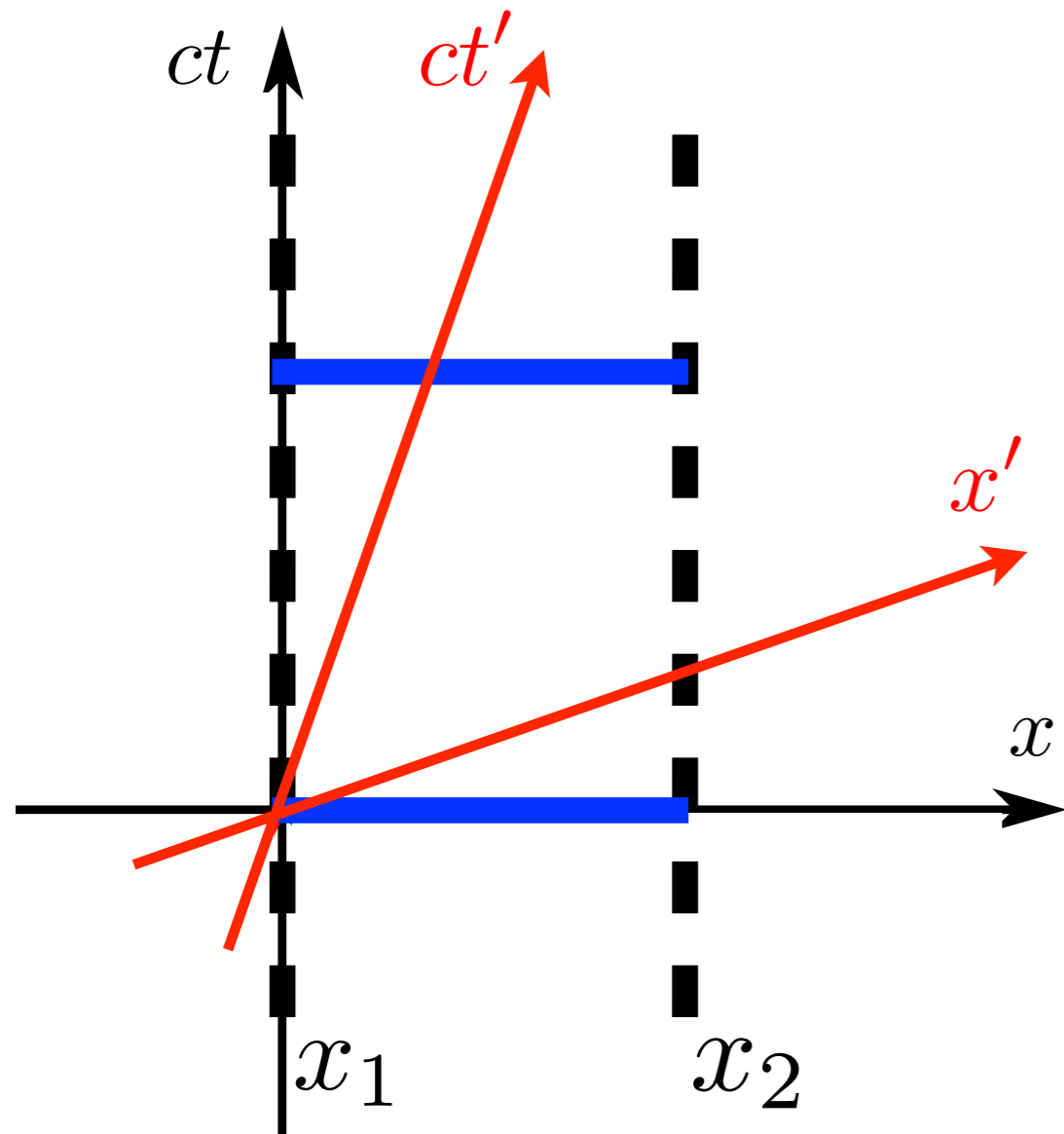
Contraction des longueurs



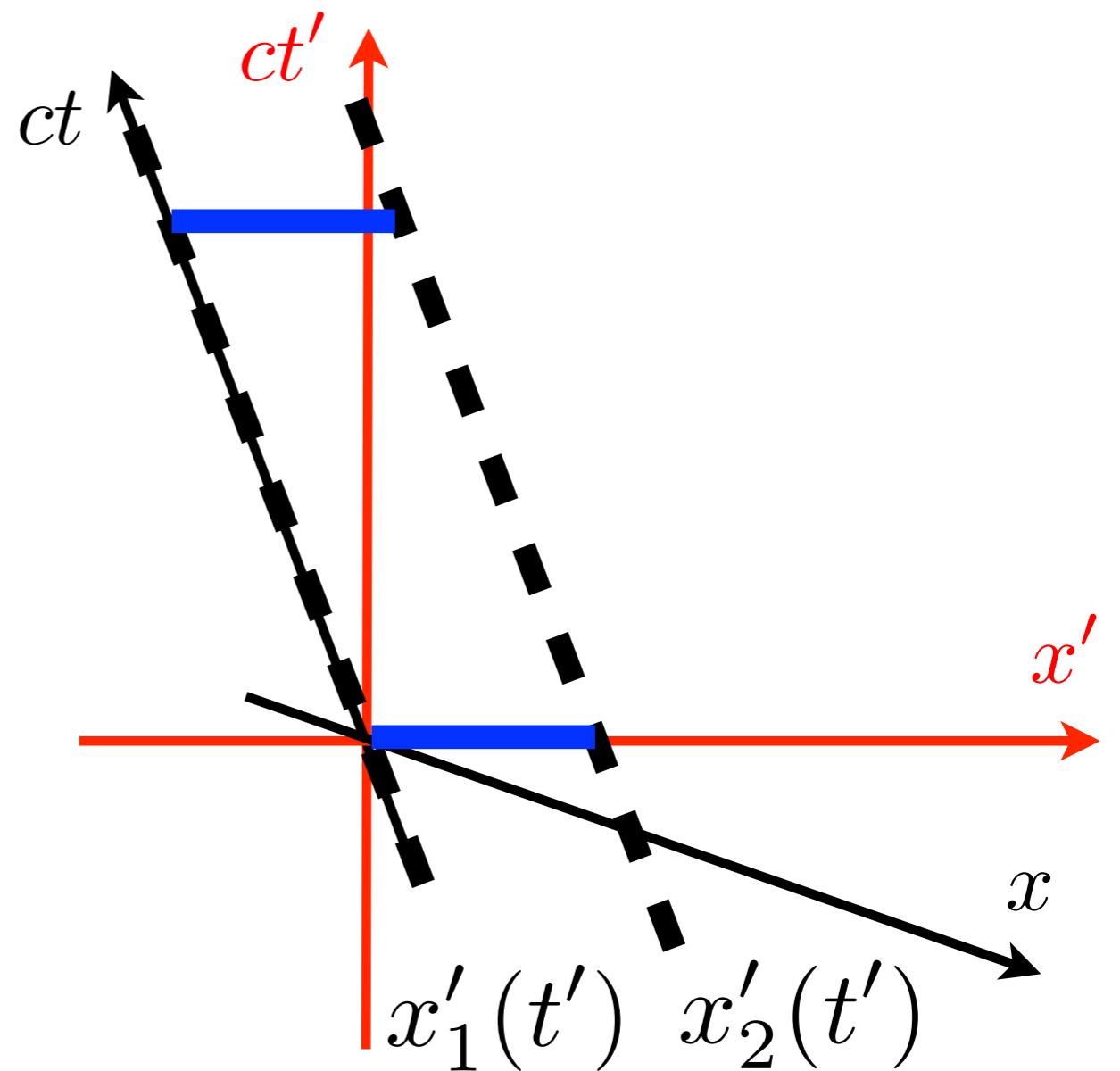
$$L \equiv \Delta x = x_2 - x_1$$



Contraction des longueurs



$$L \equiv \Delta x = x_2 - x_1$$



$$L' \equiv \Delta x' = x'_2(t') - x'_1(t')$$

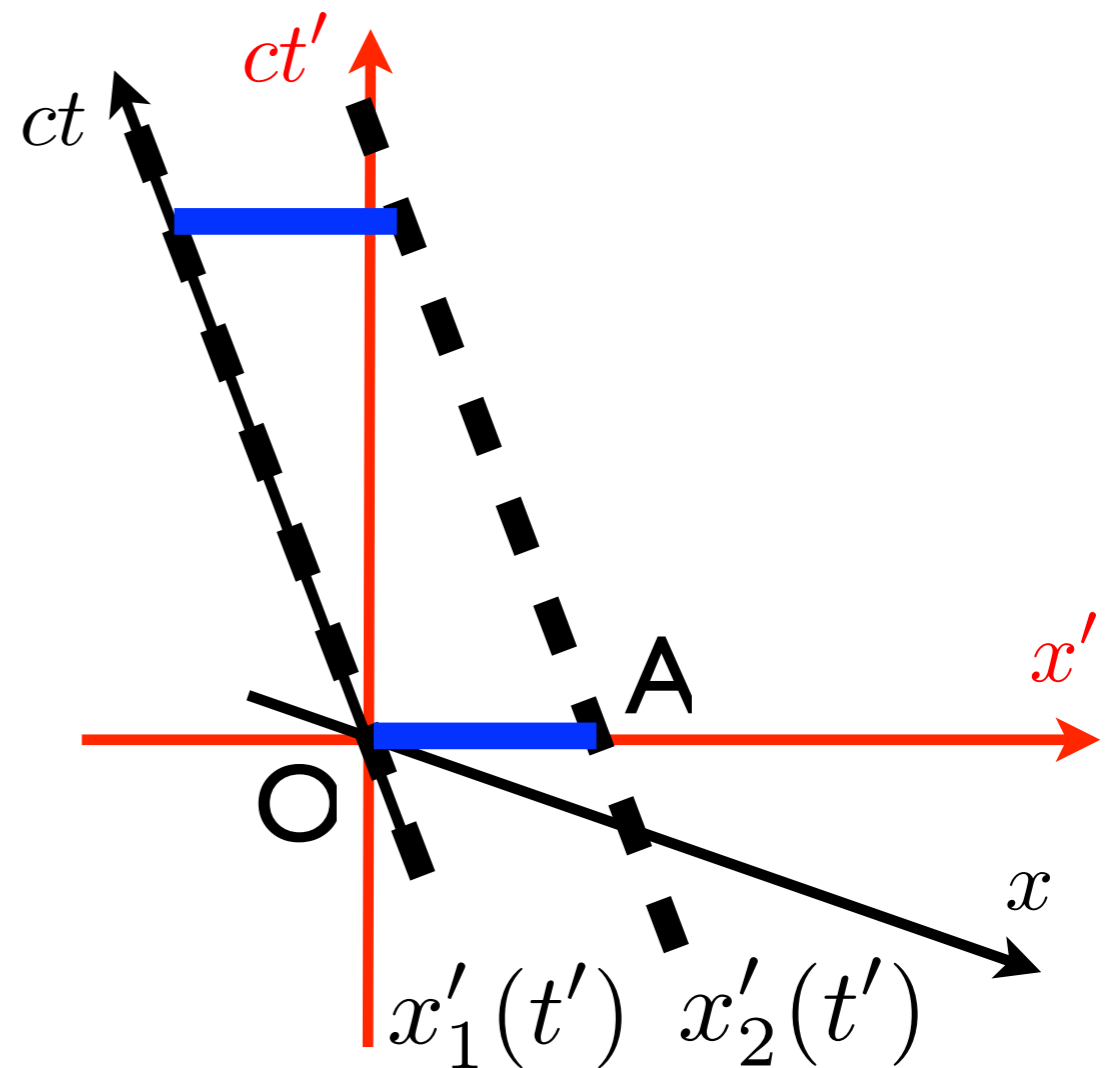
indépendant de t'

Contraction des longueurs

- Le lien entre L et L' est donnée par l'expression des transformations de Lorentz :

$$c\Delta t' = \gamma \left(c\Delta t - \frac{v}{c} \Delta x \right)$$

$$\Delta x' = \gamma \left(\Delta x - \frac{v}{c} c\Delta t \right)$$

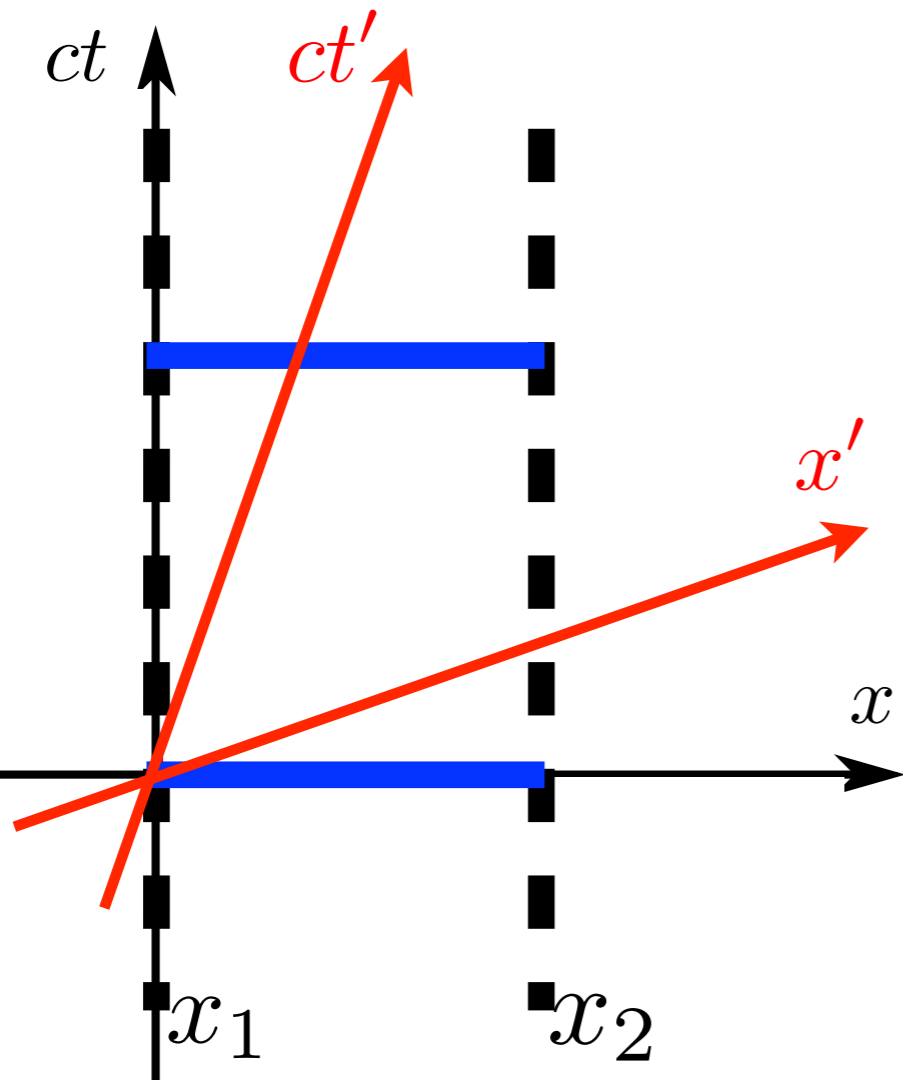


- Entre les évènements O et A :

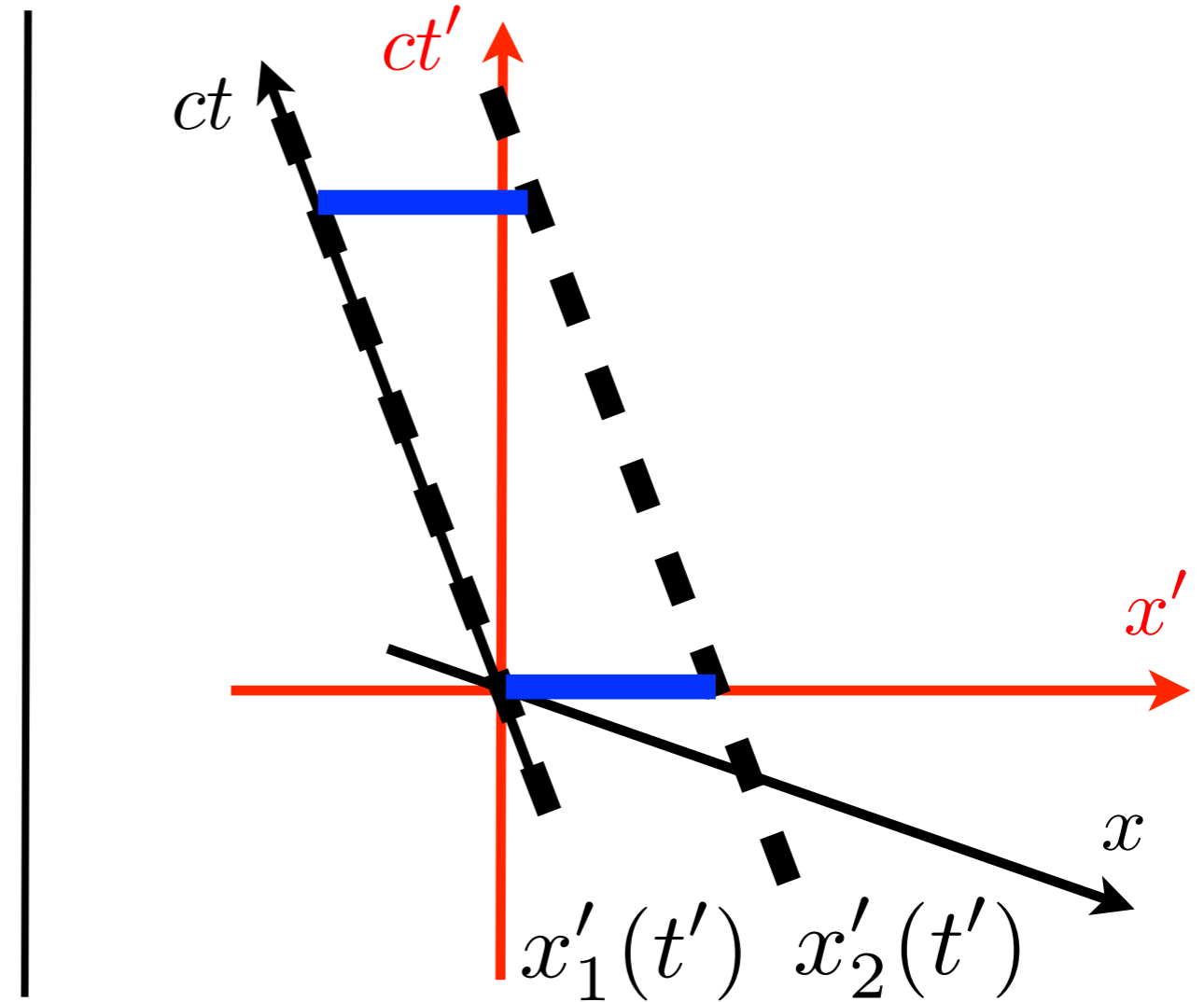
$$0 = c\Delta t' = \gamma \left(c\Delta t - \frac{v}{c} \Delta x \right) \quad \longrightarrow \quad c\Delta t = \frac{v}{c} \Delta x = \frac{v}{c} L$$

$$L' = \gamma \left(L - \left(\frac{v}{c} \right)^2 L \right) \quad \longrightarrow \quad L' = \frac{L}{\gamma}$$

Contraction des longueurs



L_{propre}



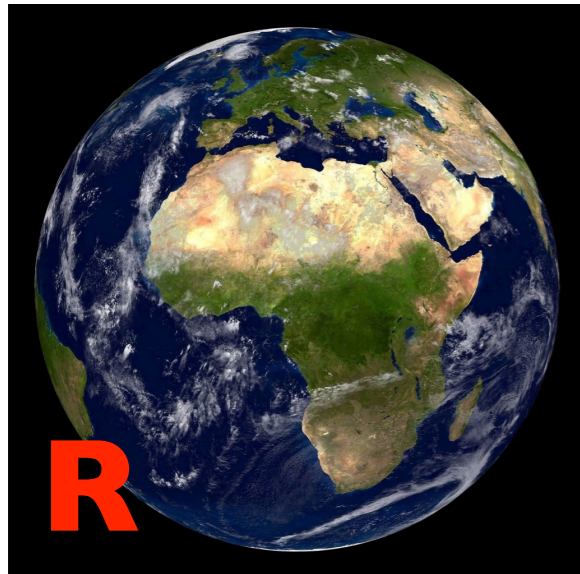
$$L' = \frac{L_{\text{propre}}}{\gamma} \leq L_{\text{propre}}$$

Contraction des longueurs

$$L' = \frac{L_{\text{propre}}}{\gamma} \leq L_{\text{propre}}$$

- Les objets ne rétrécissent pas : leur **longueur propre reste bien la même.**
- Le processus de mesure implique de **repérer la position des extrémités simultanément.**
- Ce processus est différent dans des référentiels différents, étant donné le **phénomène de non-simultanéité.**
- Ainsi, dans des référentiels différents, les observateurs ne mesurent pas la même quantité.

Contraction des longueurs et dilatation des temps



←—————→ fixe / R
d=7 années lumière

Contraction des longueurs et dilatation des temps

$$v \equiv v_{R'/R} = 0,99 c \rightarrow \gamma(v) \simeq 7$$



←—————→
d=7 années lumière

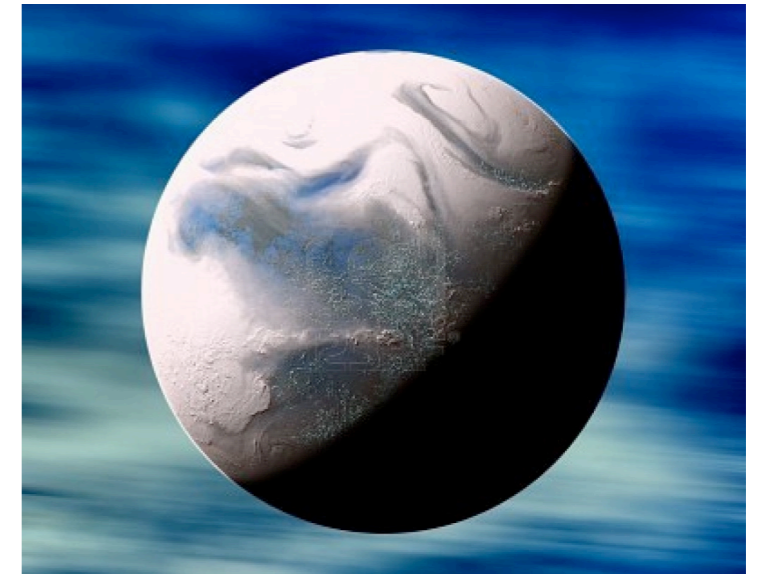
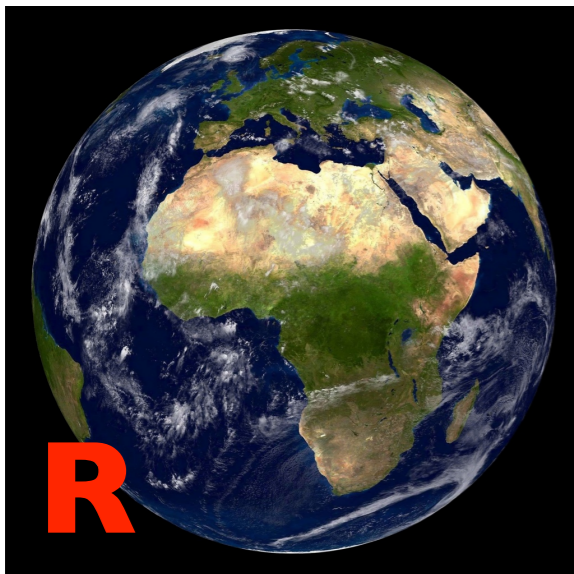
Contraction des longueurs et dilatation des temps

$$v \equiv v_{R'/R} = 0,99c \rightarrow \gamma(v) \simeq 7$$

Distance mesurée
par le voyageur :

$$d' = d_{\text{propre}} / \gamma \simeq 1 \text{ année lumière}$$

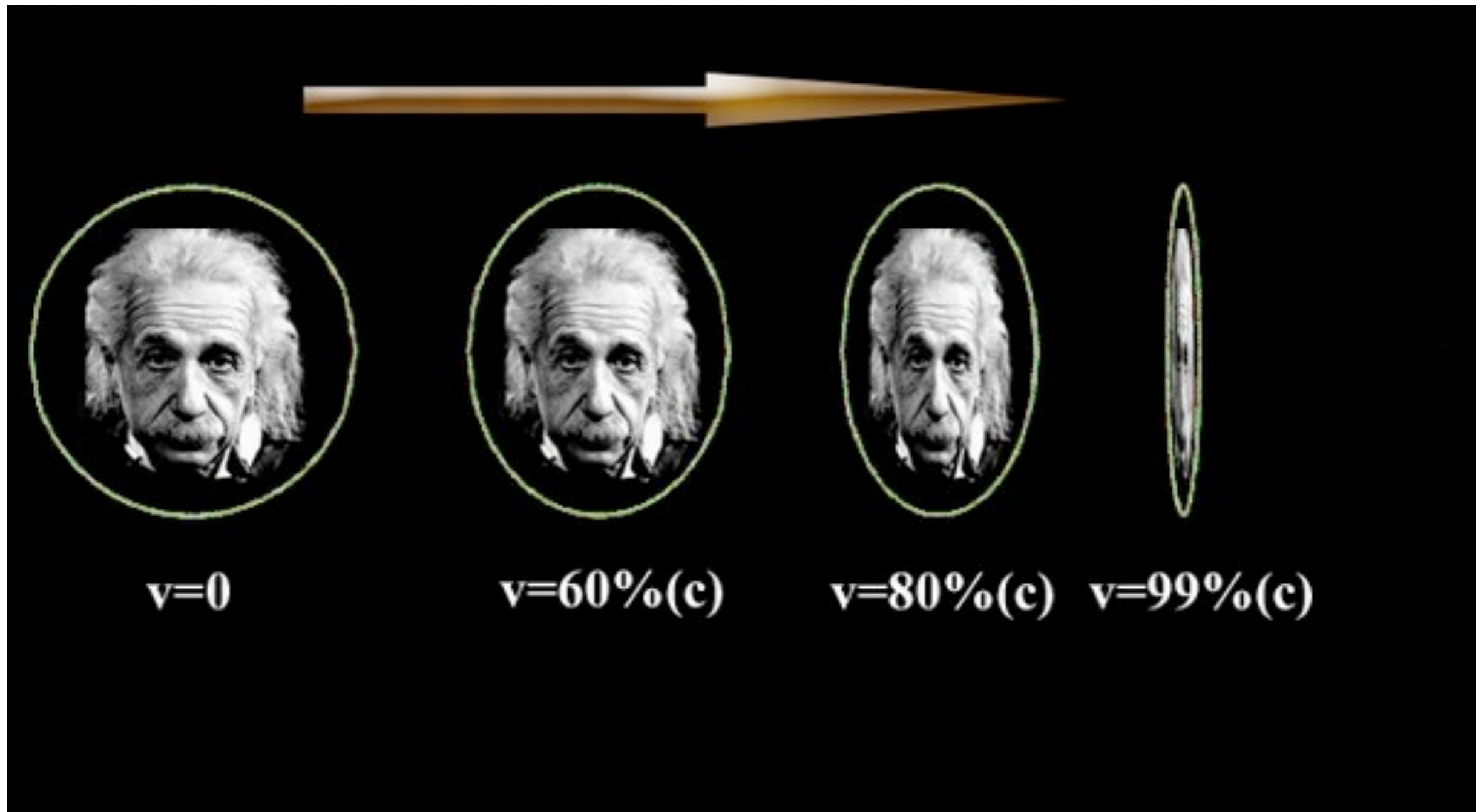
$$\text{D'ailleurs, } t_{\text{propre}} = t / \gamma \simeq 1 \text{ année}$$



←—————→ fixe / R
d=7 années lumière

Contraction des longueurs

uniquement dans la direction du mouvement !



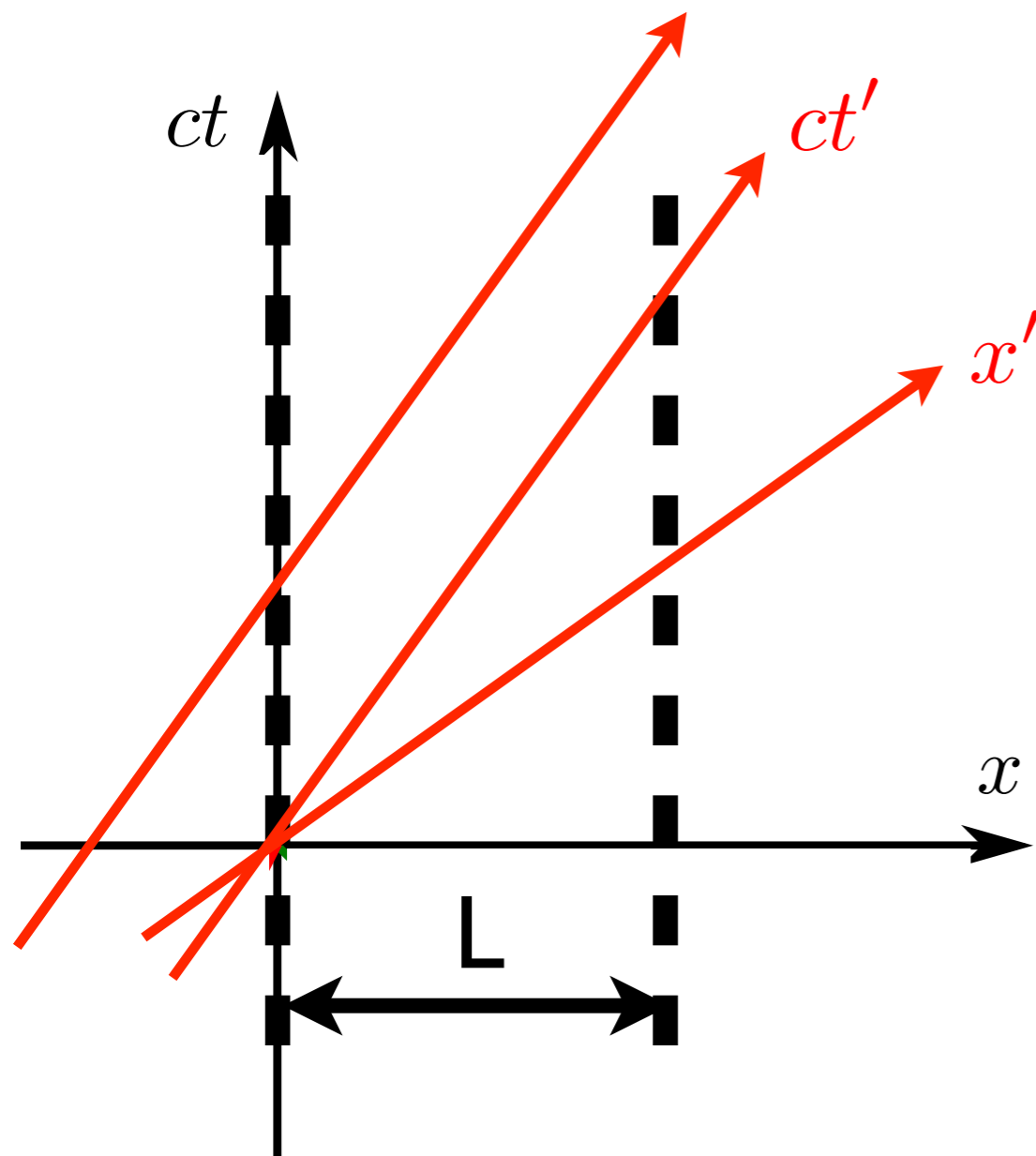
Train et tunnel



- On considère un train et un tunnel, de même longueur
- Du point de vue du tunnel, le train subit la contraction des longueurs. **Il rentre donc en entier dans le tunnel.**
- Mais du point de vue du train, le tunnel arrive vers lui, et subit également la contraction des longueurs. **Le train dépasse donc du tunnel !**

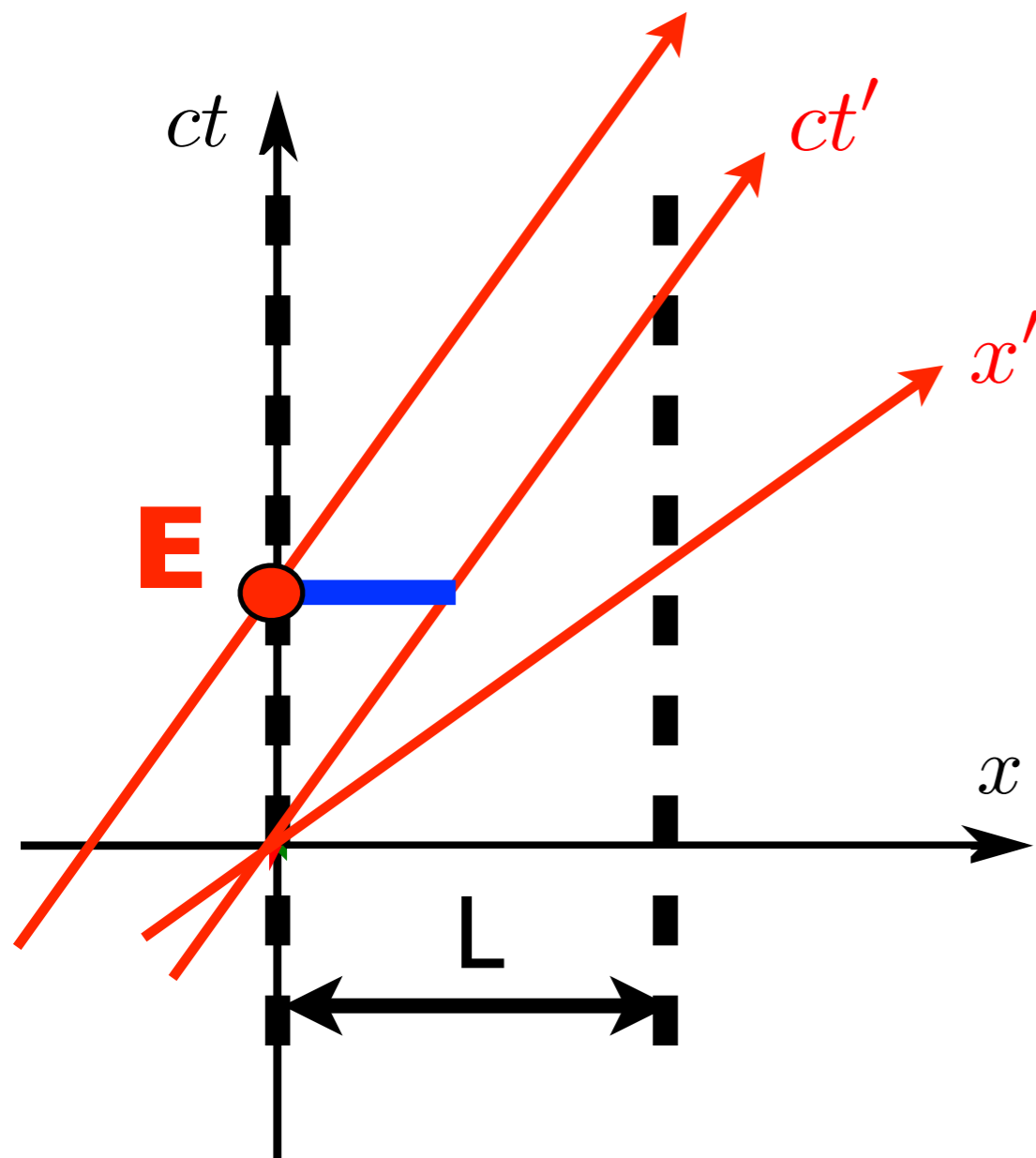
QUI CROIRE ?

Contraction des longueurs



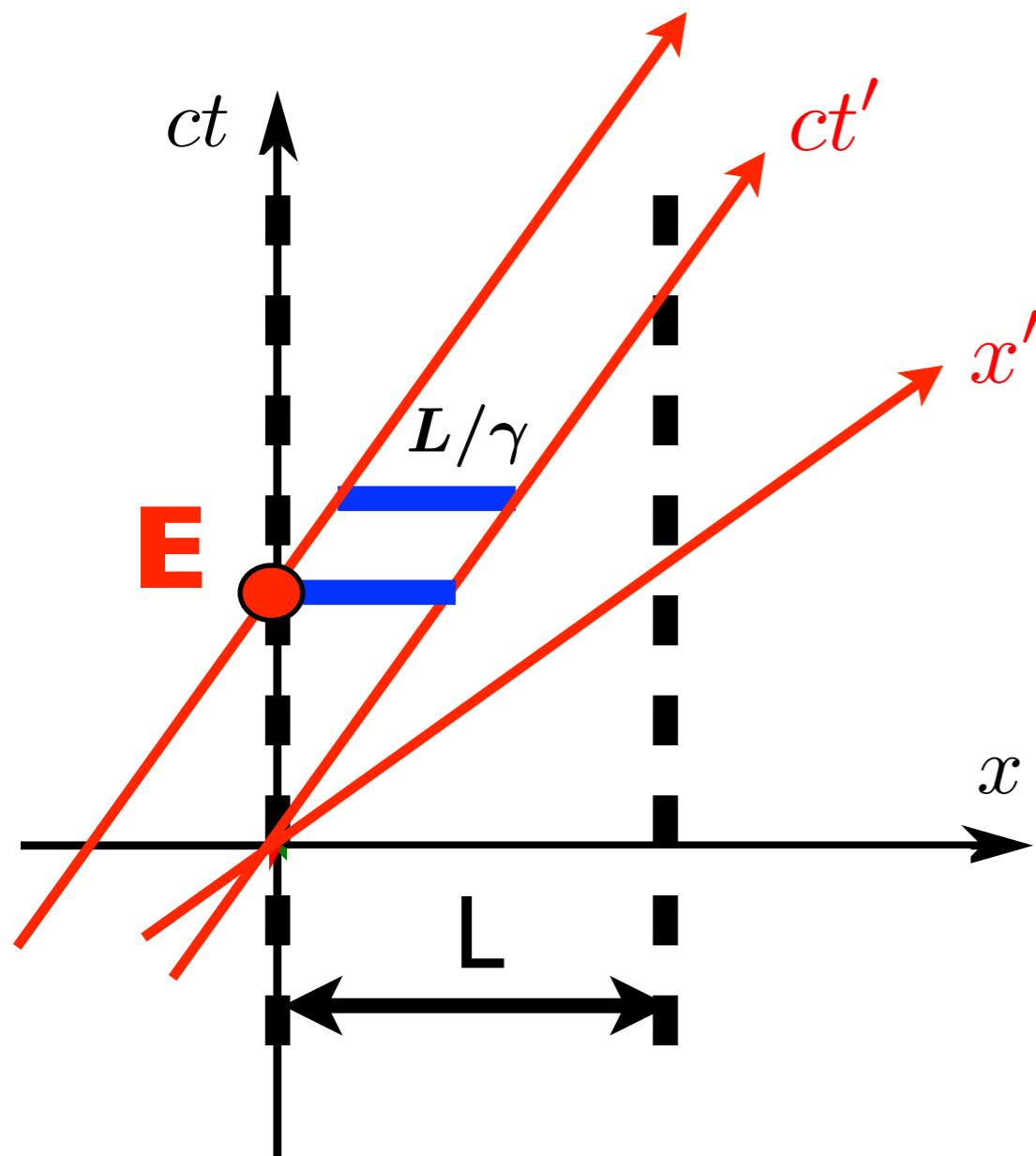
***Point de vue
du tunnel***

Contraction des longueurs



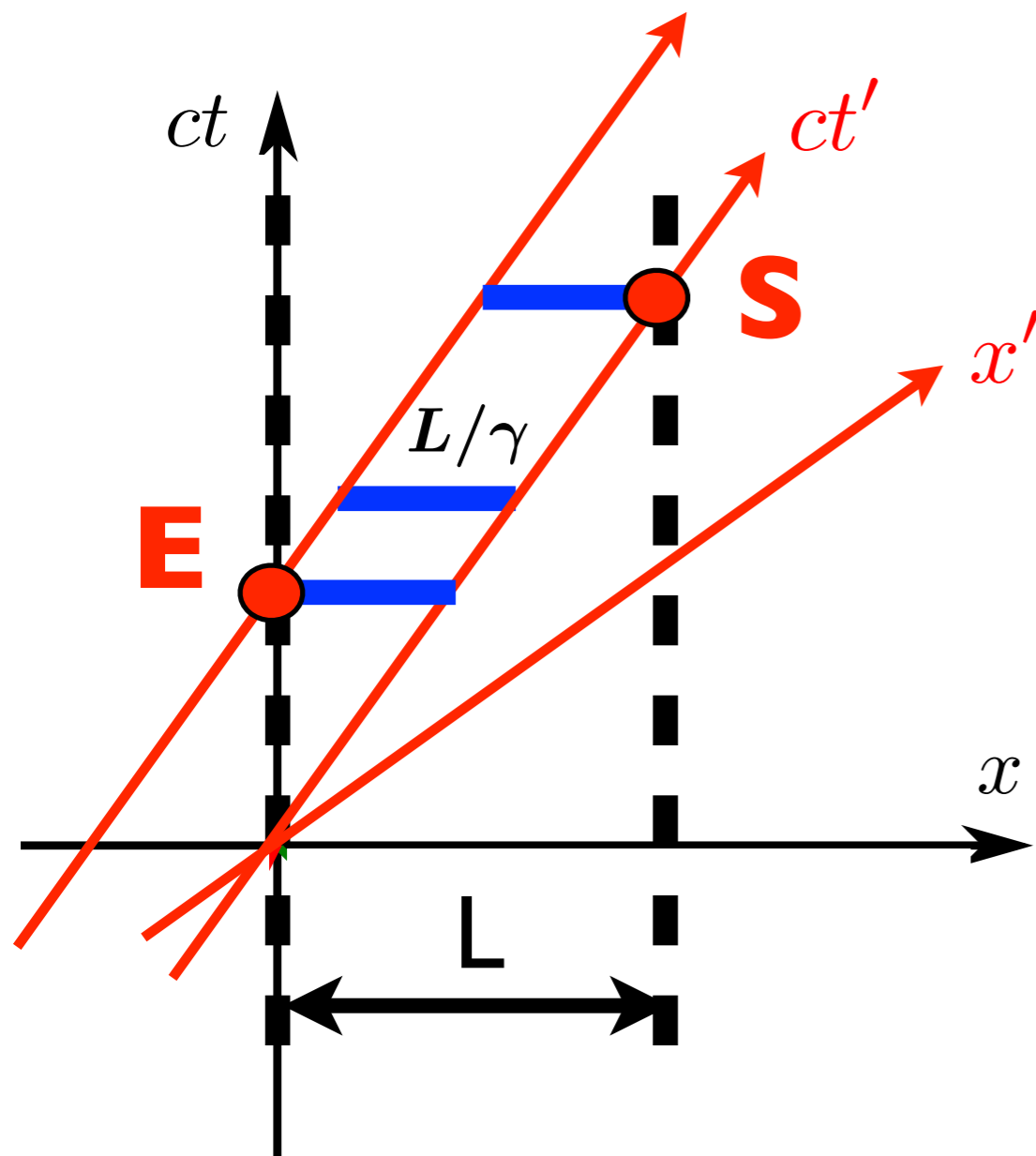
**Point de vue
du tunnel**

Contraction des longueurs



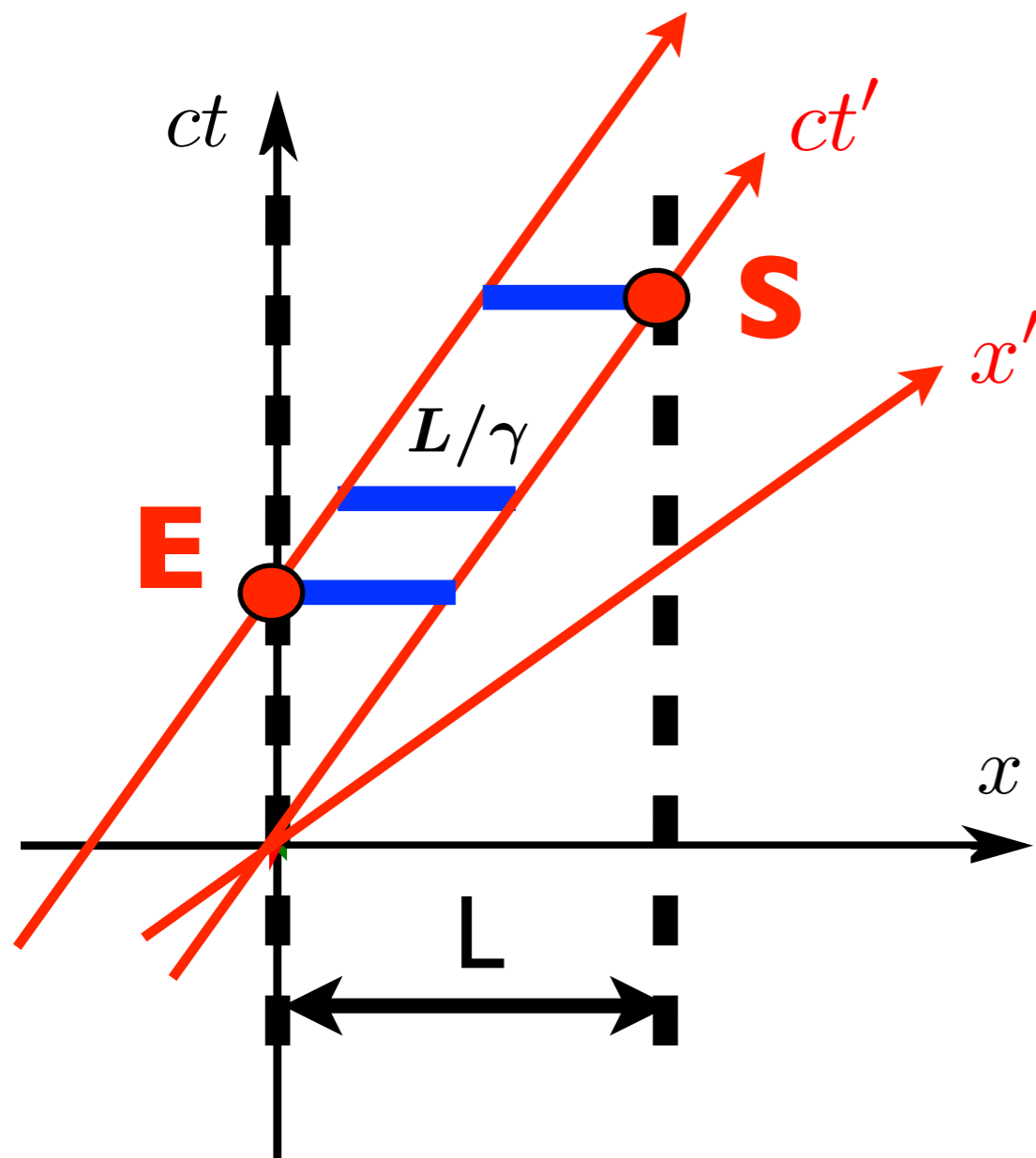
**Point de vue
du tunnel**

Contraction des longueurs

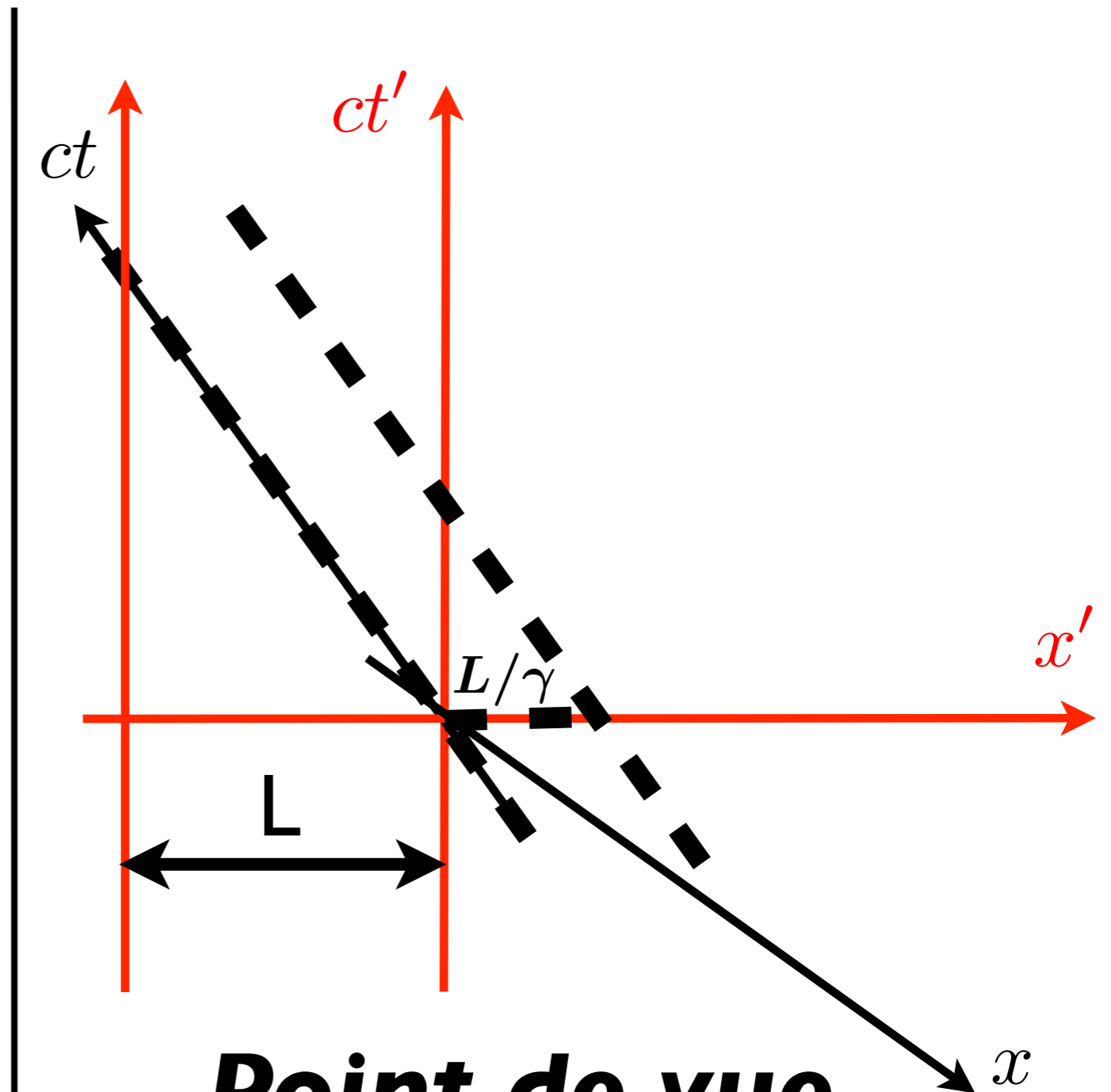


**Point de vue
du tunnel**

Contraction des longueurs

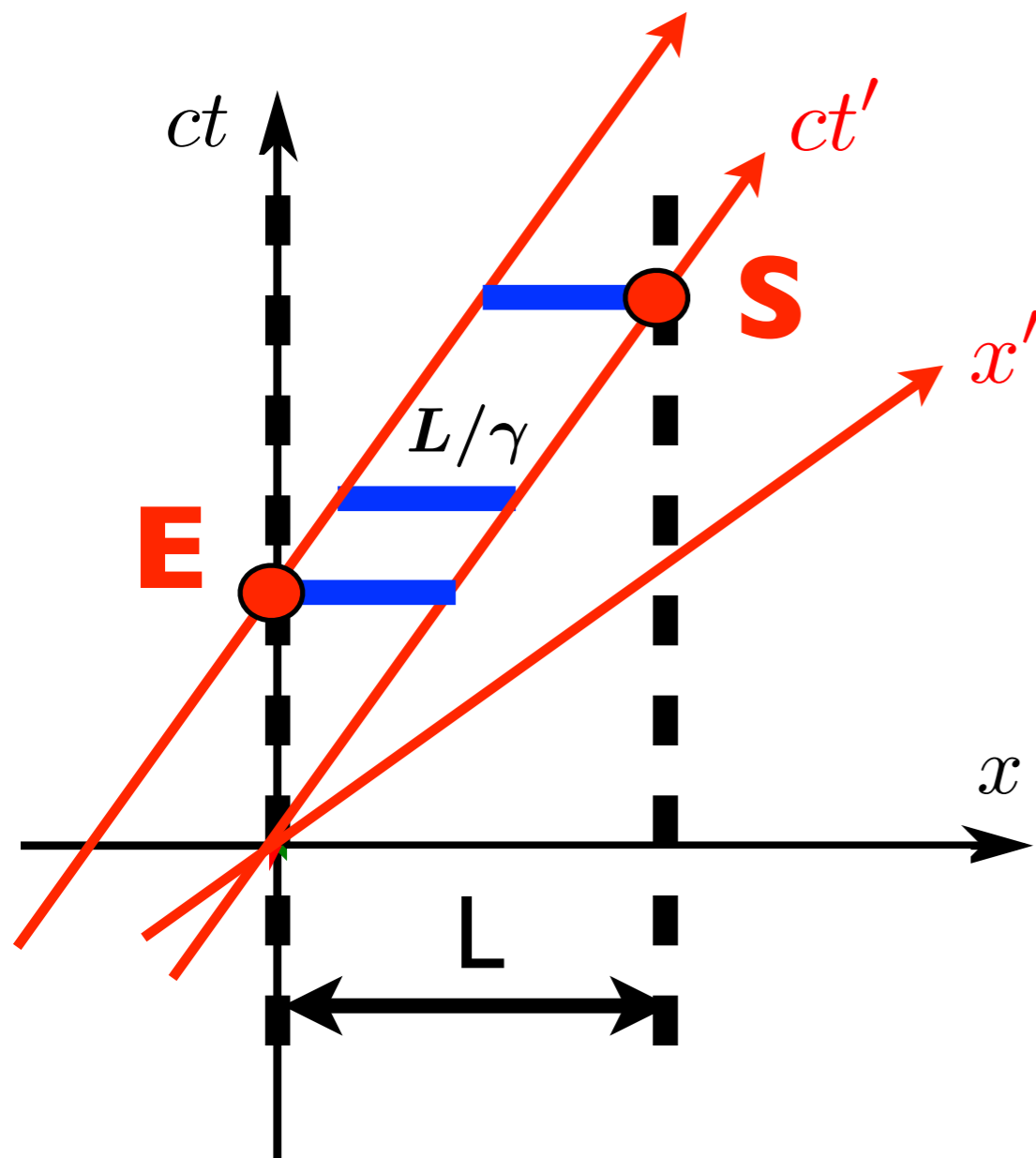


**Point de vue
du tunnel**

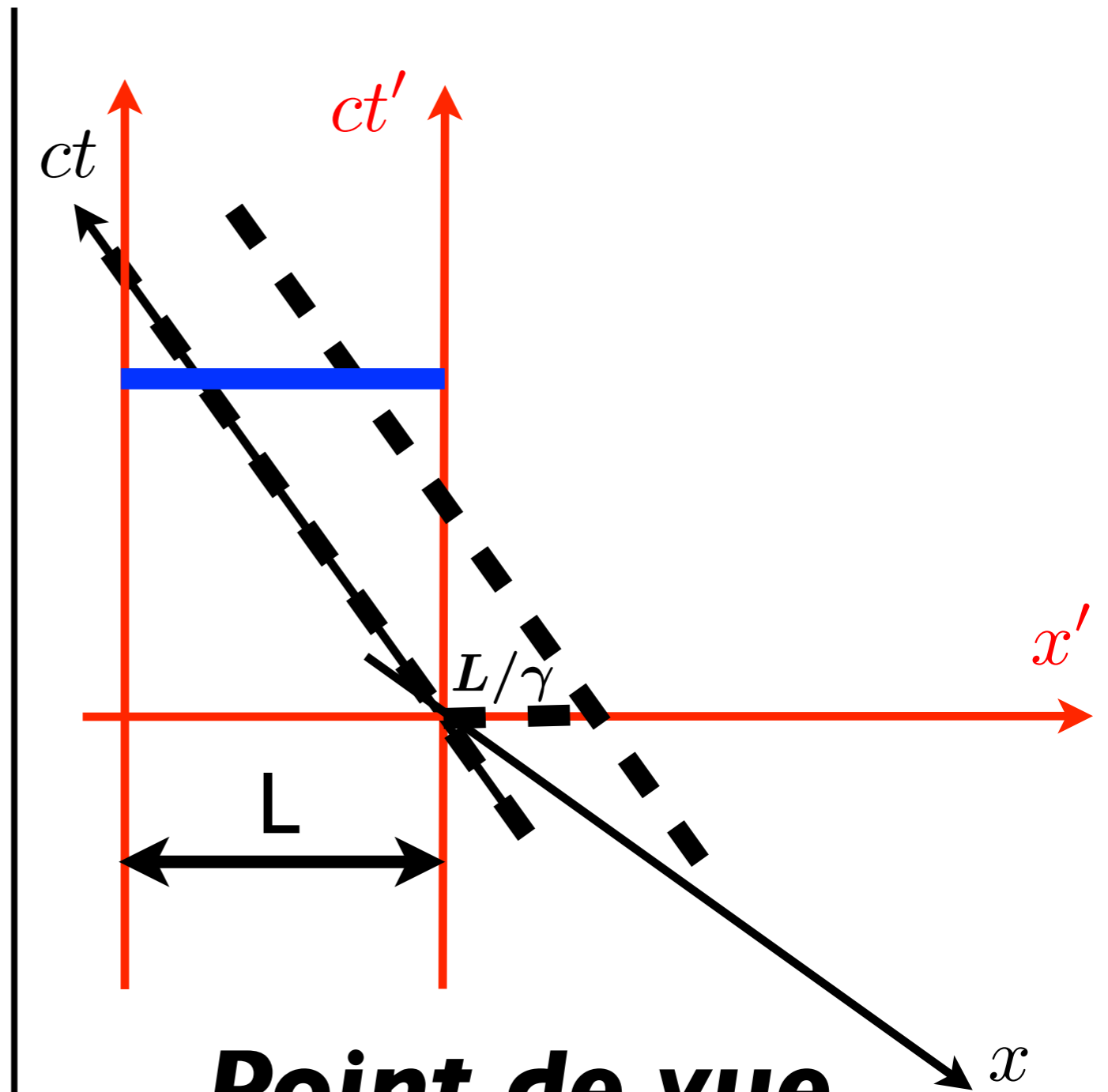


**Point de vue
du train**

Contraction des longueurs

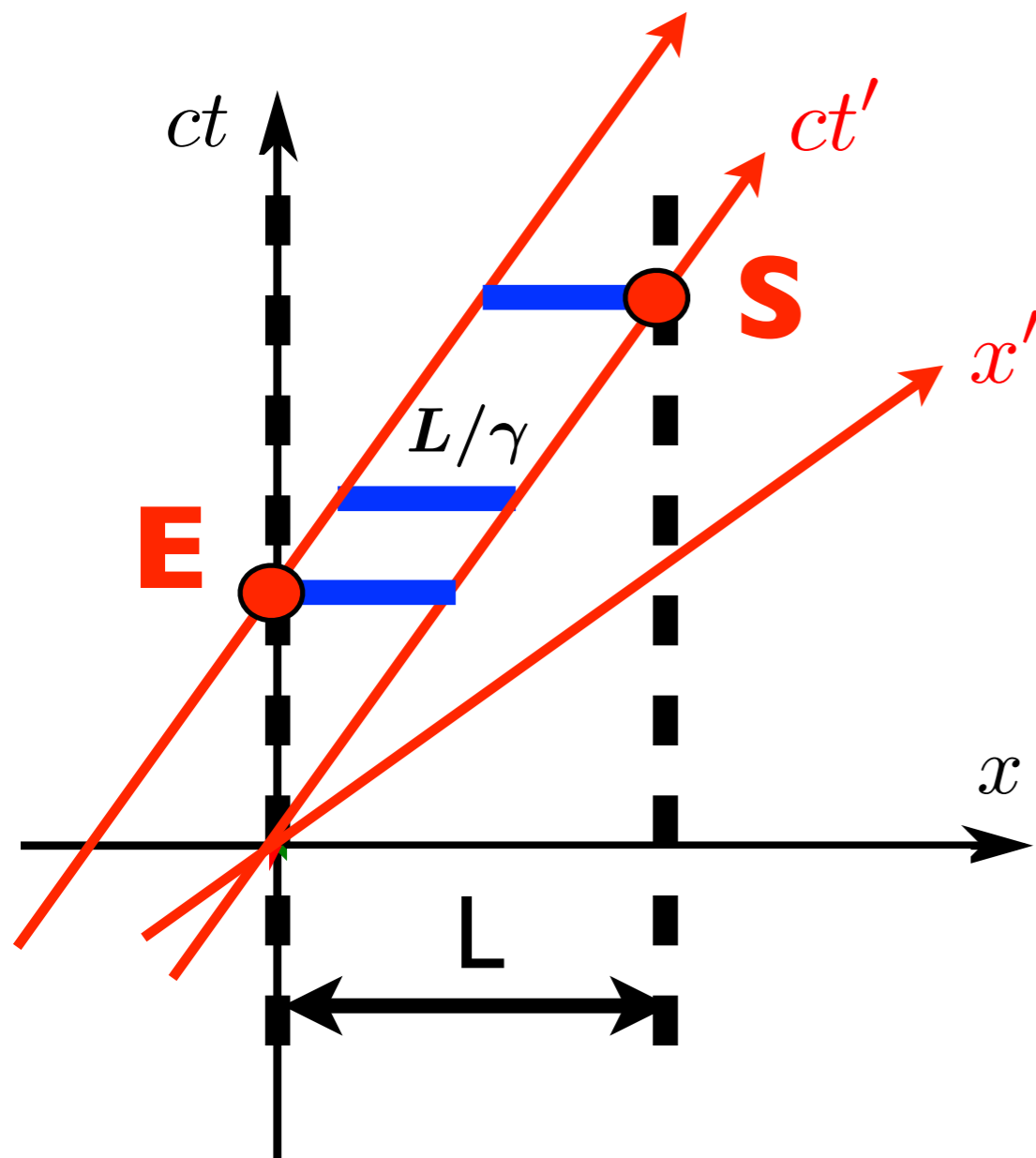


**Point de vue
du tunnel**

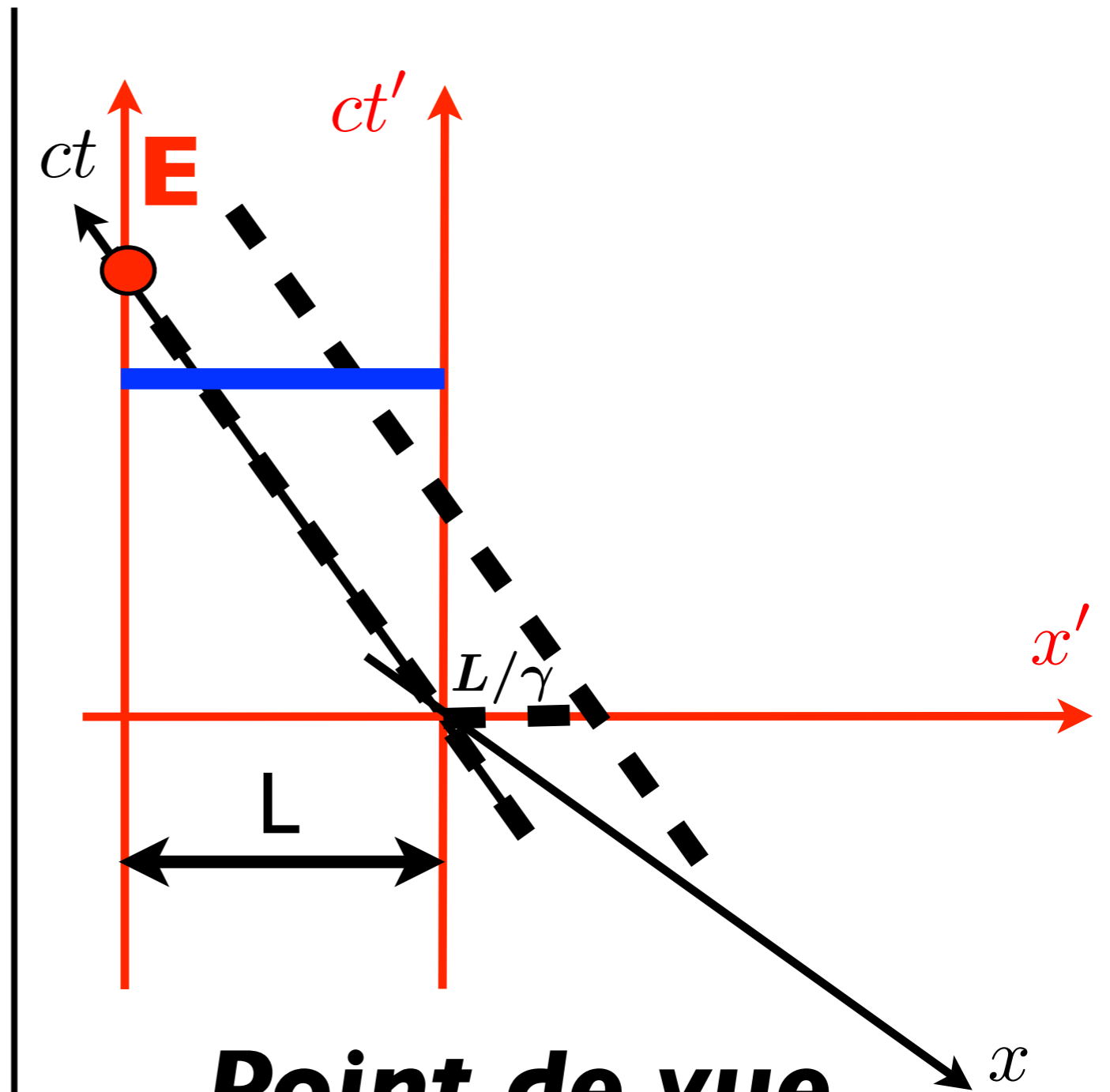


**Point de vue
du train**

Contraction des longueurs

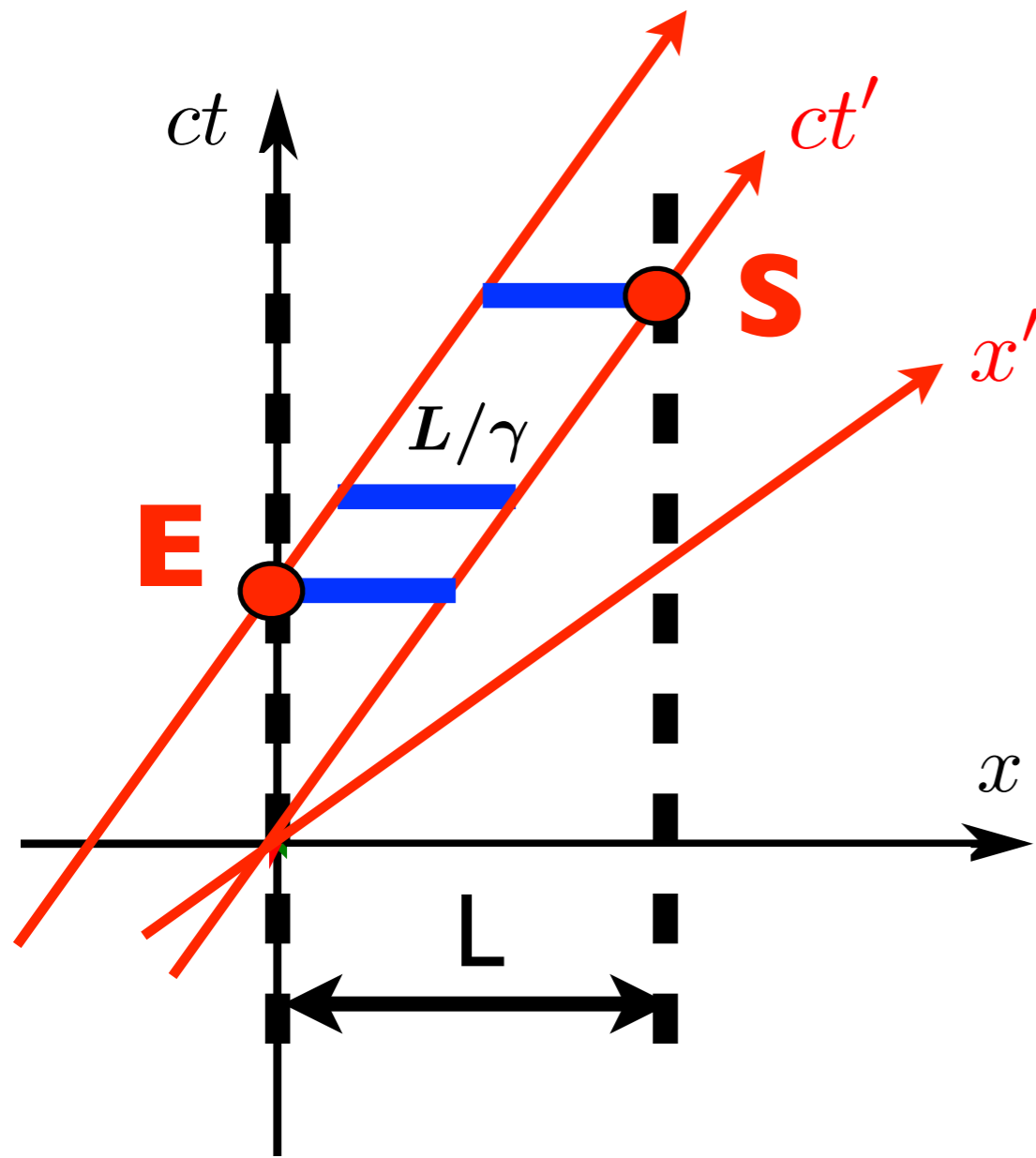


**Point de vue
du tunnel**

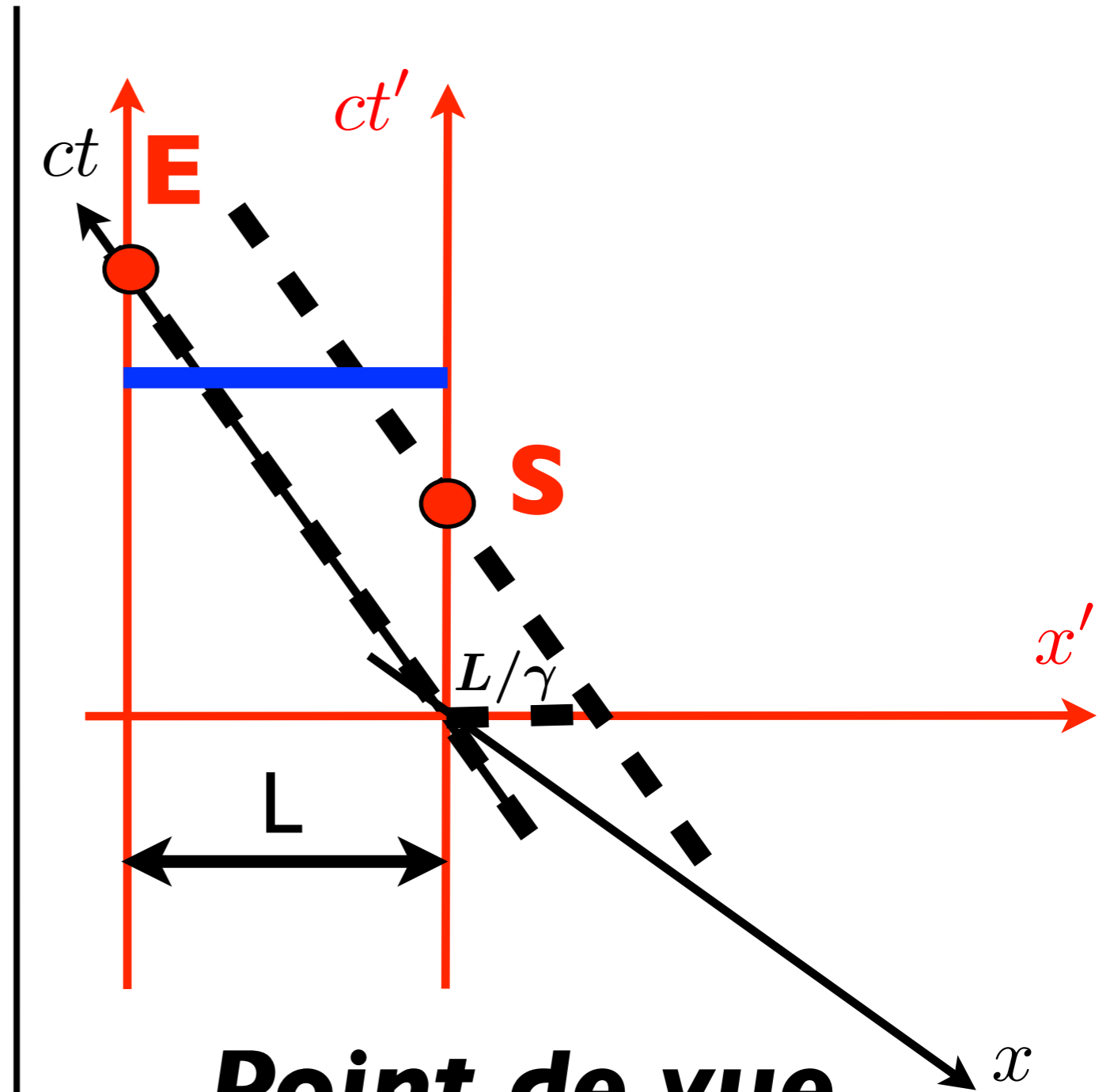


**Point de vue
du train**

Contraction des longueurs

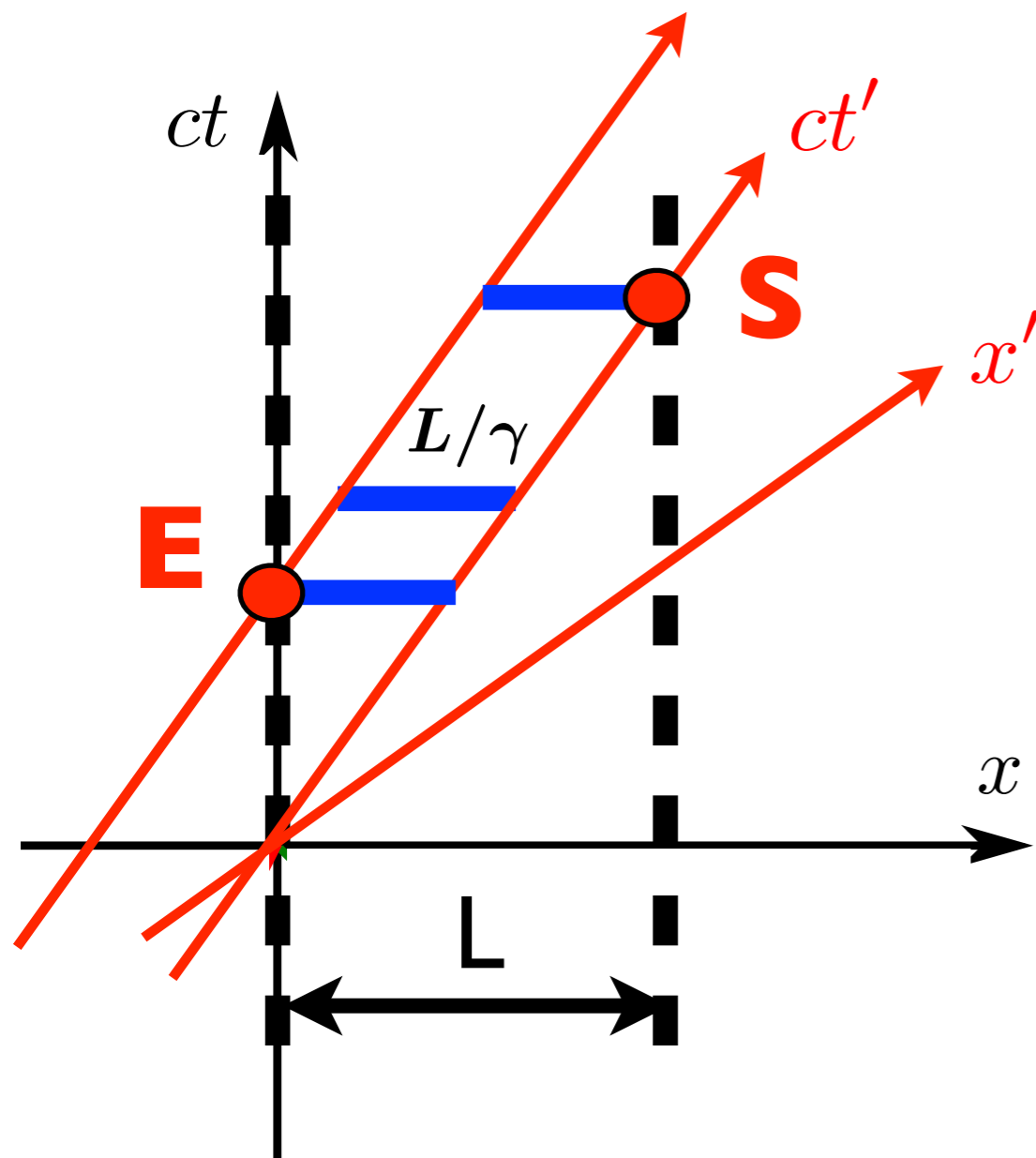


**Point de vue
du tunnel**

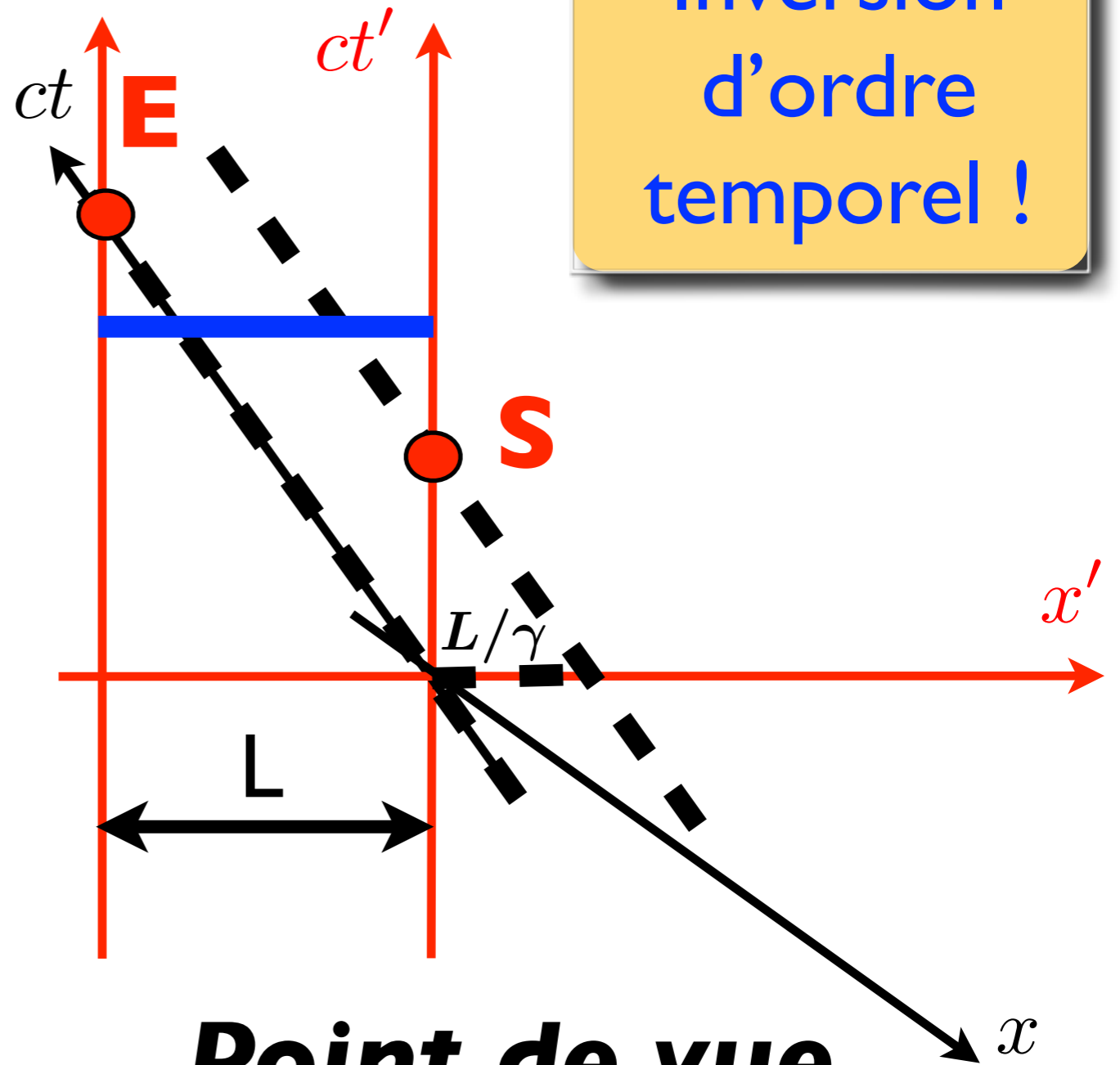


**Point de vue
du train**

Contraction des longueurs

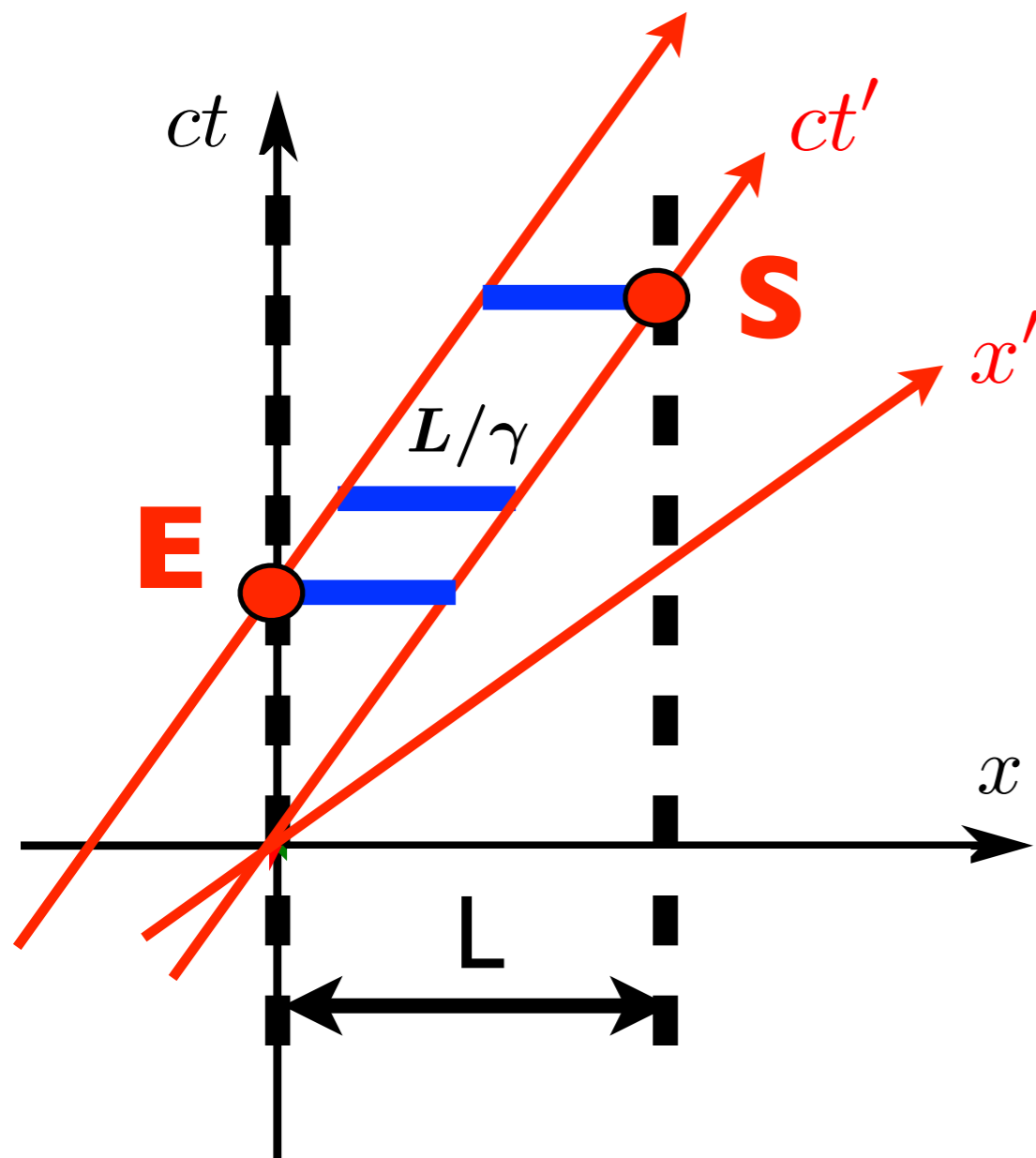


**Point de vue
du tunnel**

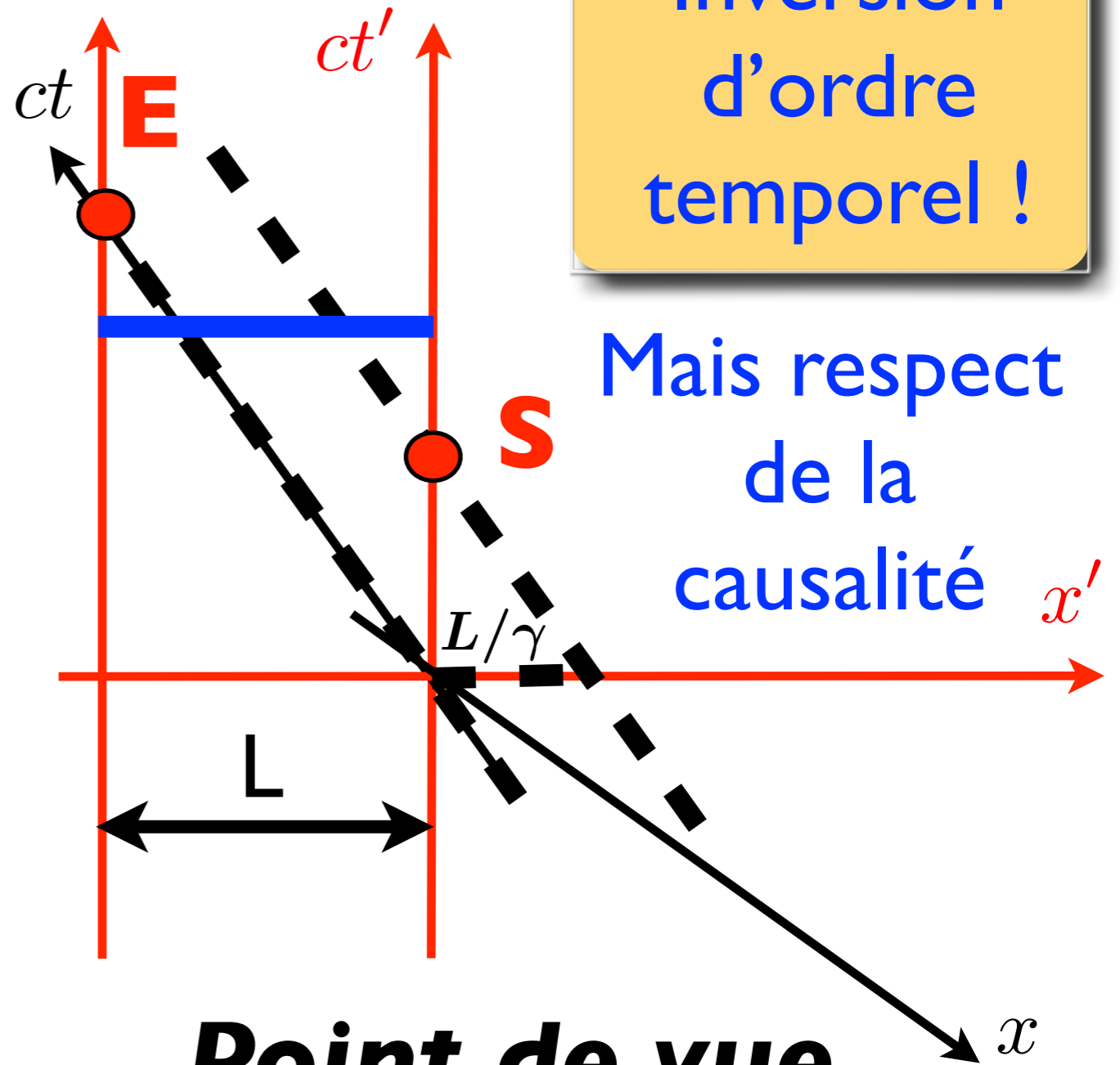


**Point de vue
du train**

Contraction des longueurs



**Point de vue
du tunnel**



Inversion
d'ordre
temporel !

Mais respect
de la
causalité

**Point de vue
du train**

EFFET DOPPLER

et

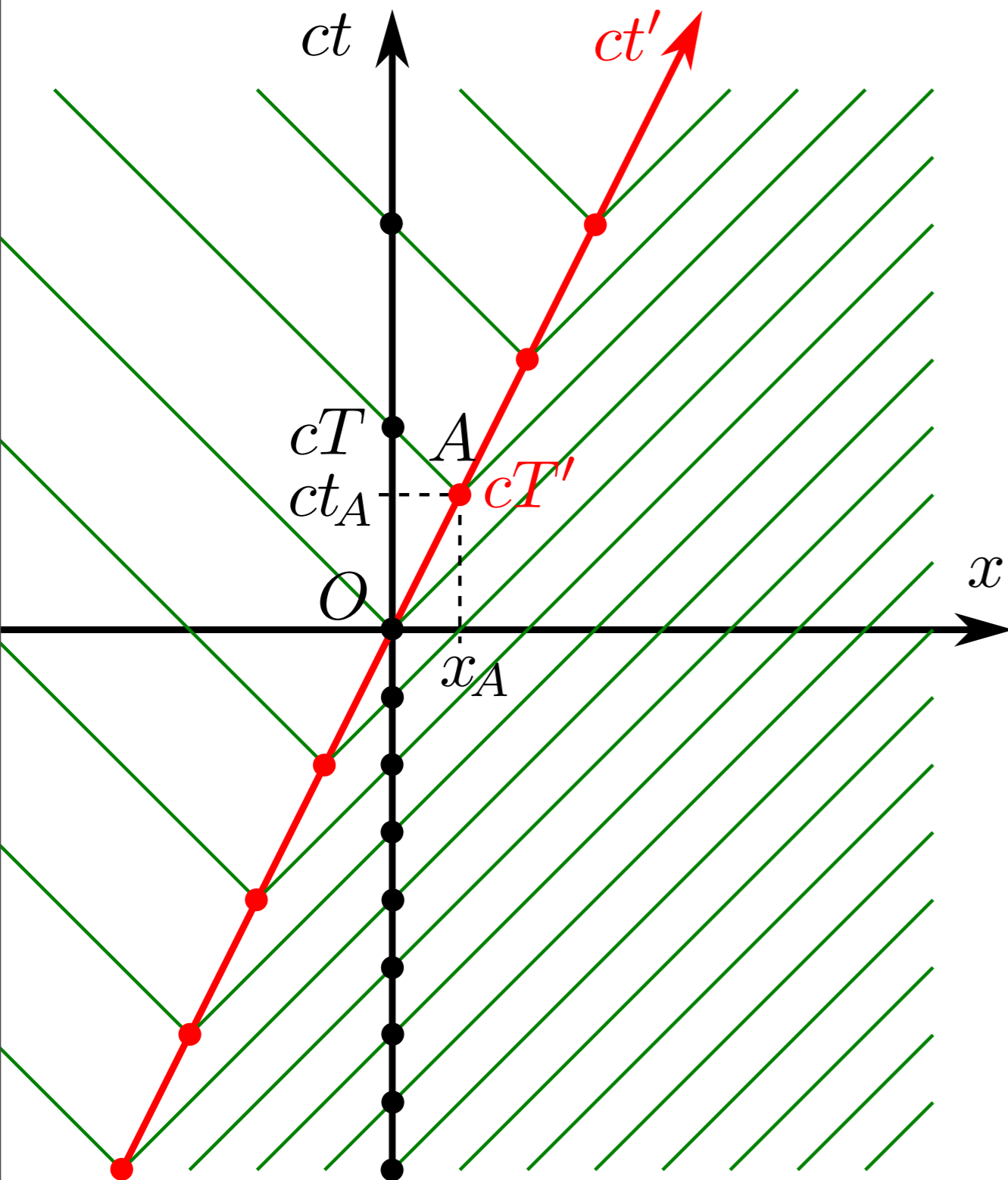
COMPOSITION des

VITESSES

Effet Doppler

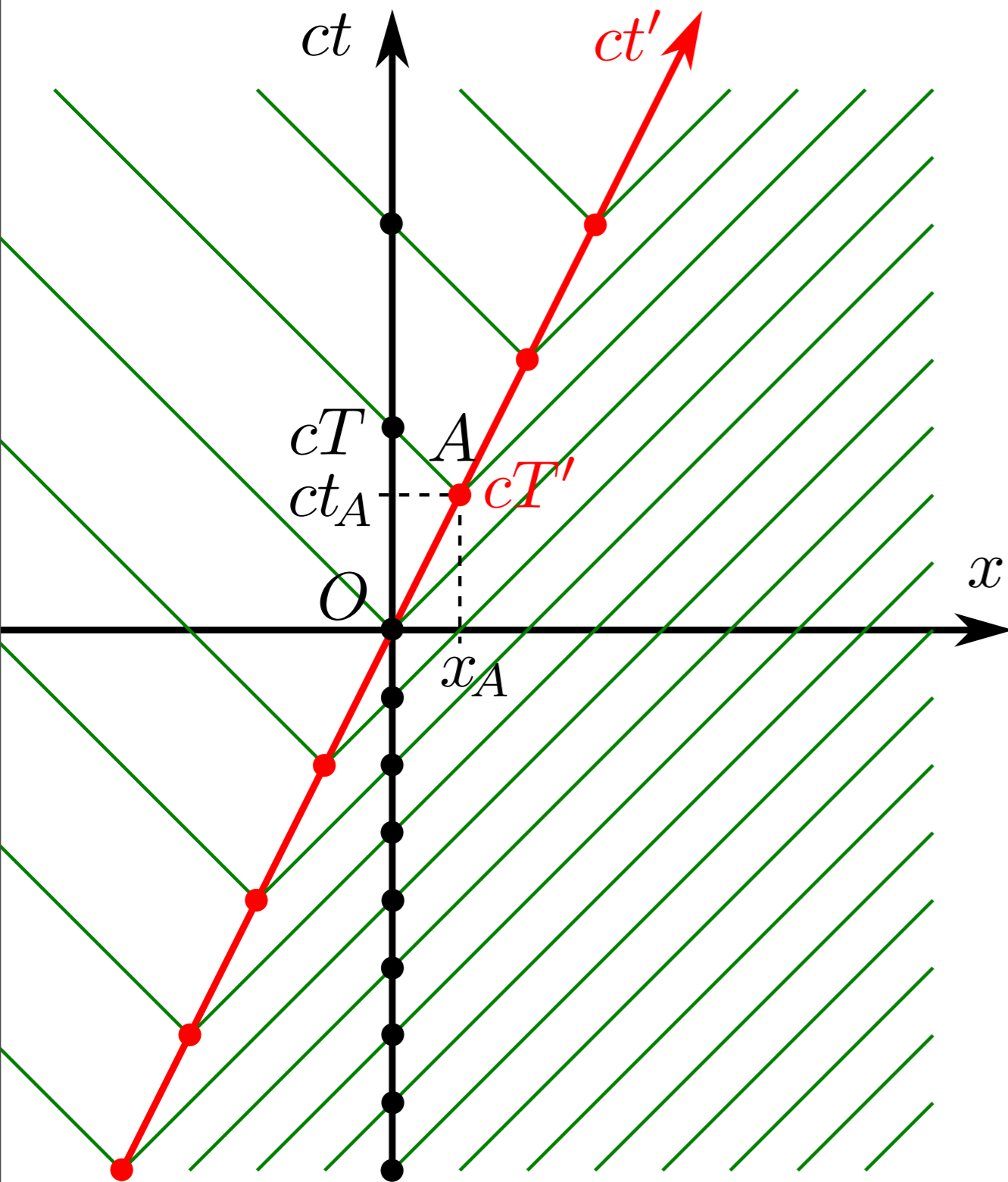
- Nom générique « effet Doppler » :
- Phénomène de **différence entre la fréquence d'un signal à l'émission et à la réception**, quand l'objet émetteur est en mouvement.
- **Phénomène bien connu en acoustique** (non-relativiste !) :
- Son d'une ambulance est plus aigu (respectivement plus grave) quand elle s'approche de nous (resp. s'éloigne de nous).

Effet Doppler



- Considérons des signaux électromagnétiques (lumière)
- Soit T' la période du signal lumineux émis depuis l'origine de R' .
- Le signal est reçu à l'origine du référentiel R où on mesure une période T

Effet Doppler



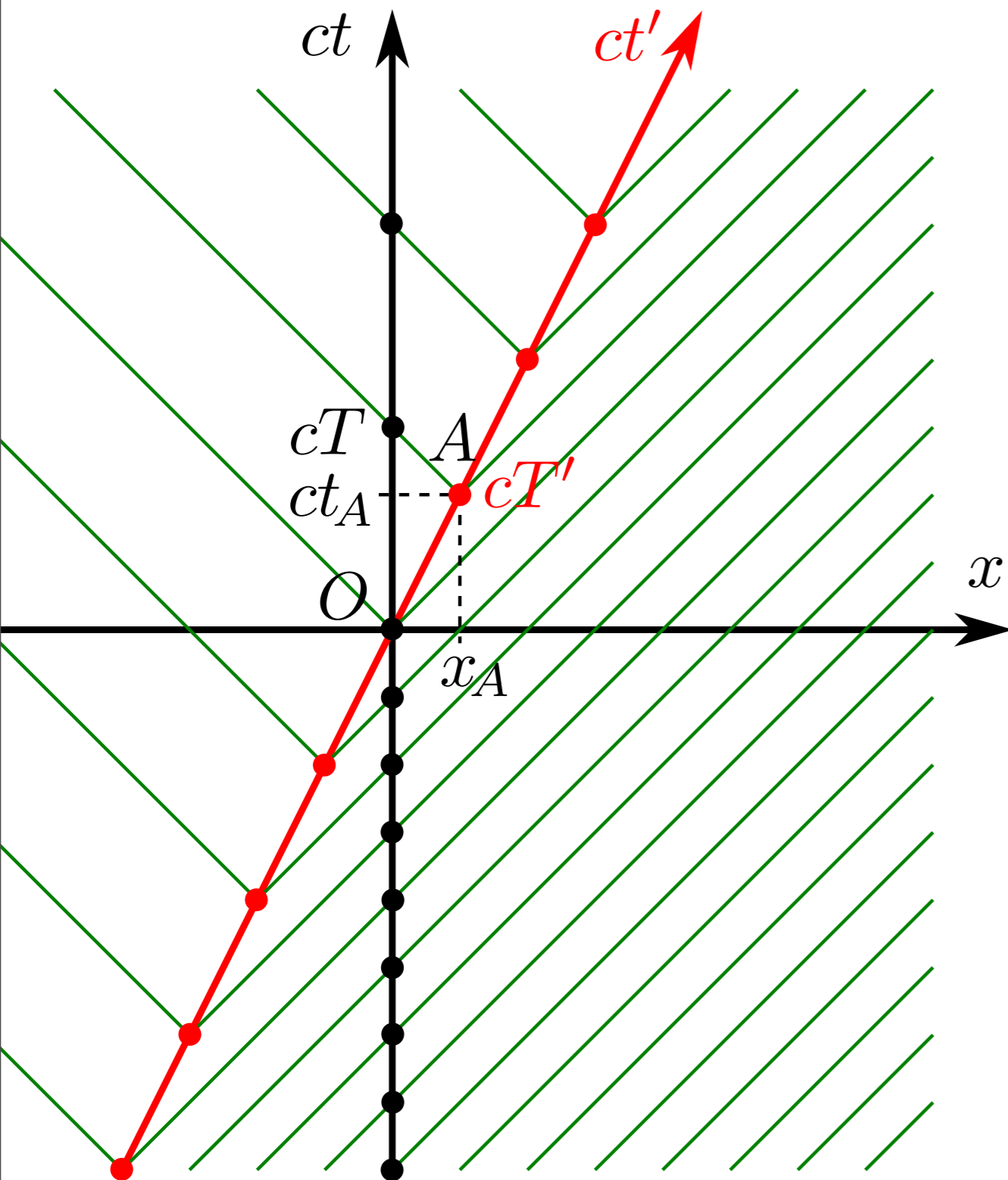
A : l'évènement correspondant au premier top émis après le passage de O.

$$cT - ct_A = x_A$$

avec $x_A = vt_A$

➔ $T = t_A \left(1 + \frac{v}{c} \right)$

Effet Doppler



A : l'évènement correspondant au premier top émis après le passage de O.

$$cT - ct_A = x_A$$

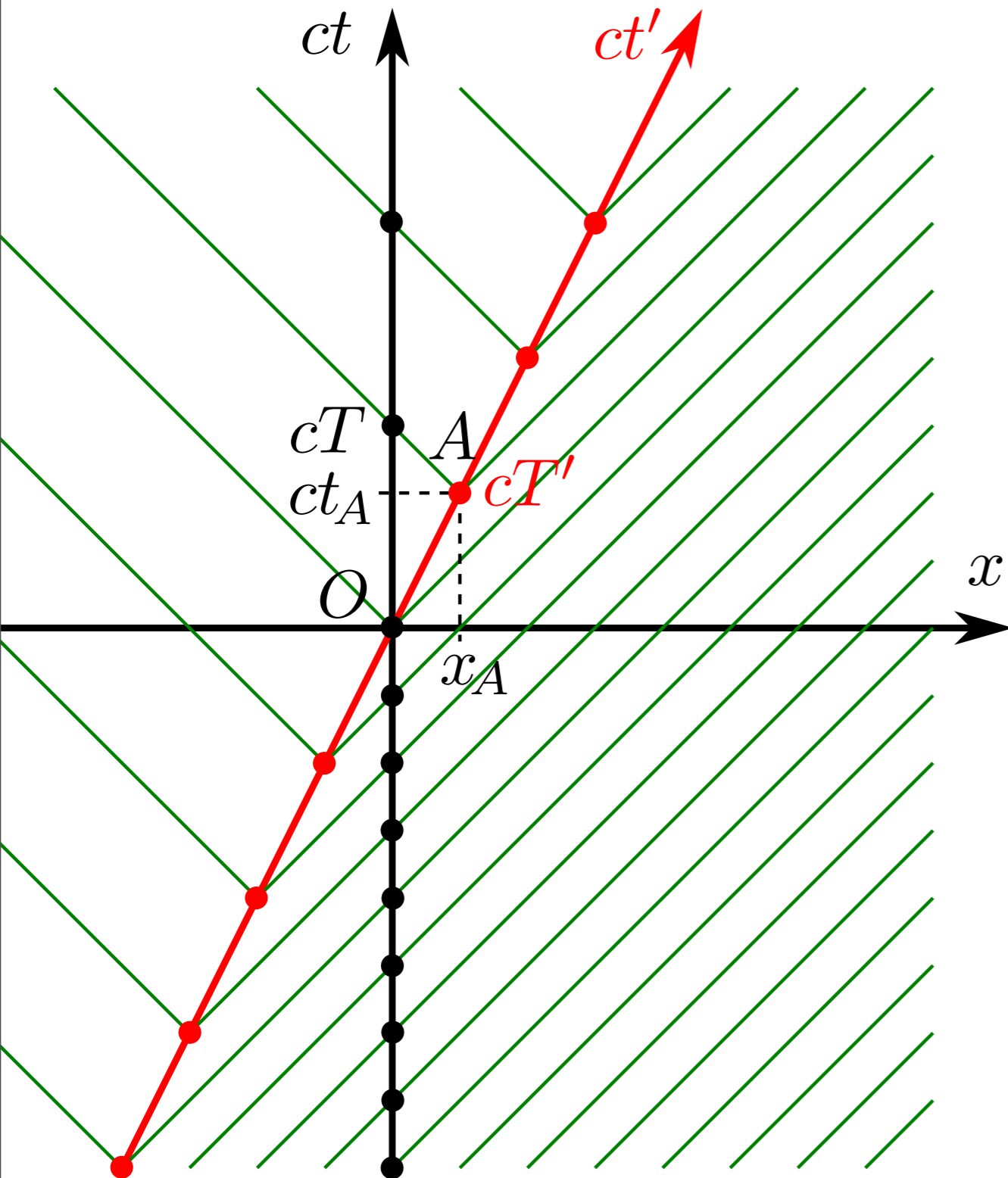
avec $x_A = vt_A$

➔ $T = t_A \left(1 + \frac{v}{c} \right)$

Par ailleurs, $t_A = \gamma t'_A = \gamma T'$

➔ $T = \sqrt{\frac{1 + v/c}{1 - v/c}} T'$

Effet Doppler

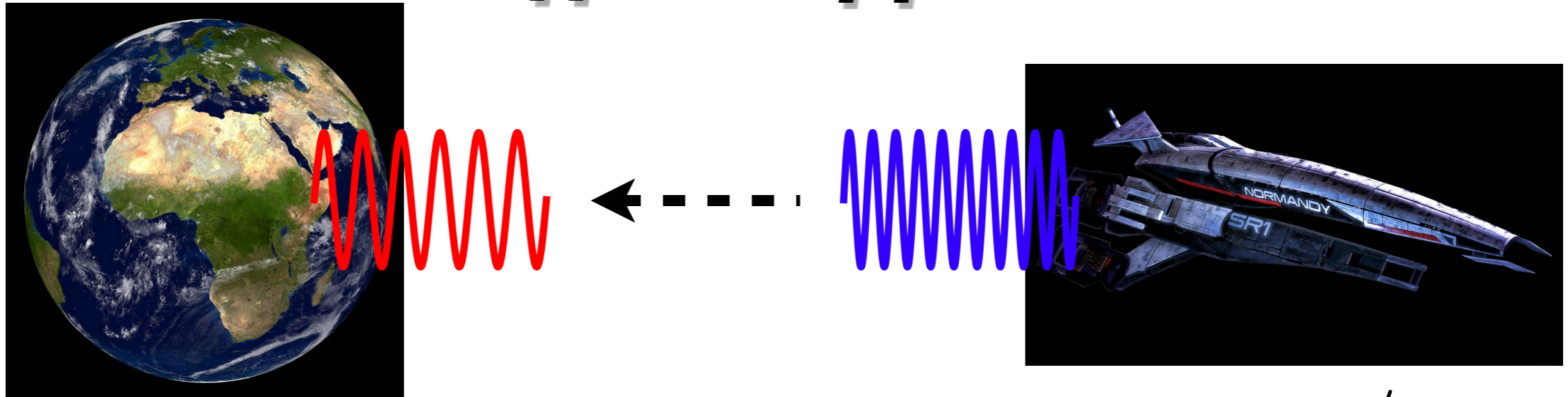



Le même raisonnement quand A est en amont de O revient à changer v en $-v$:

$$f = \sqrt{\frac{1 \pm v/c}{1 \mp v/c}} f'$$

+(-) lorsque l'émetteur s'approche (s'éloigne) du récepteur

Effet Doppler



$$v = c/5$$


- Simple exemple :
- Une fusée s'éloigne de la Terre à 20% de la vitesse de la lumière. Elle **envoie une lumière bleue** vers la Terre.
- A réception sur la Terre, la lumière est **perçue comme rouge !**

Loi de composition des vitesses

- Considérons un objet se déplaçant dans R à la vitesse V $V = \frac{dx}{dt}$

- Sa vitesse par rapport au référentiel R' est

$$V' = \frac{dx'}{dt'} = \frac{\gamma(dx - vdt)}{\gamma(dt - \frac{v}{c^2}dx)} \rightarrow V' = \frac{V - v}{1 - vV/c^2}$$

- A la limite non relativiste $|vV| \ll c^2$
on retrouve la loi galiléenne $V' = V - v$

Loi de composition des vitesses

$$V' = \frac{V - v}{1 - vV/c^2}$$

Deux conséquences :

- $(|V| \leq c \text{ et } |v| \leq c) \rightarrow |V'| \leq c$
- $|V| = c \rightarrow |V'| = c$

Bien cohérent avec le second postulat d'Einstein

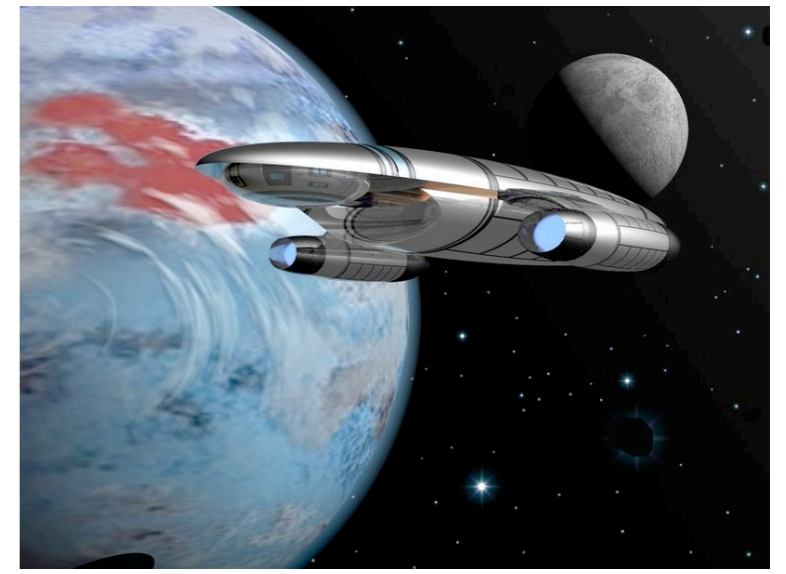
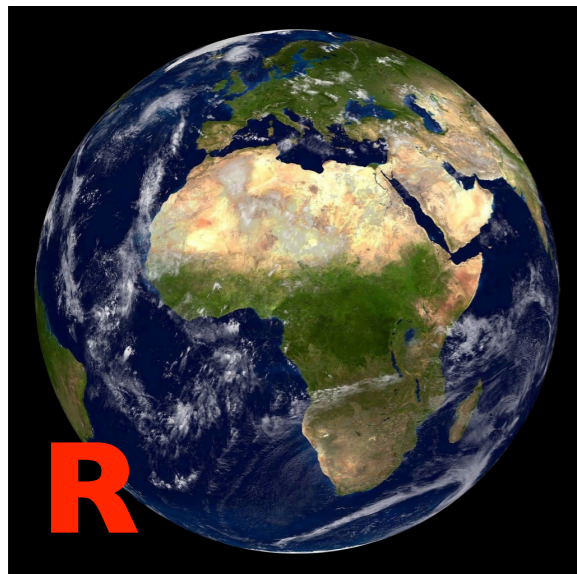
Loi de composition des vitesses

$$V = \frac{V' + v}{1 + vV'/c^2}$$

$$v = c/2$$



$$V' = c/2$$

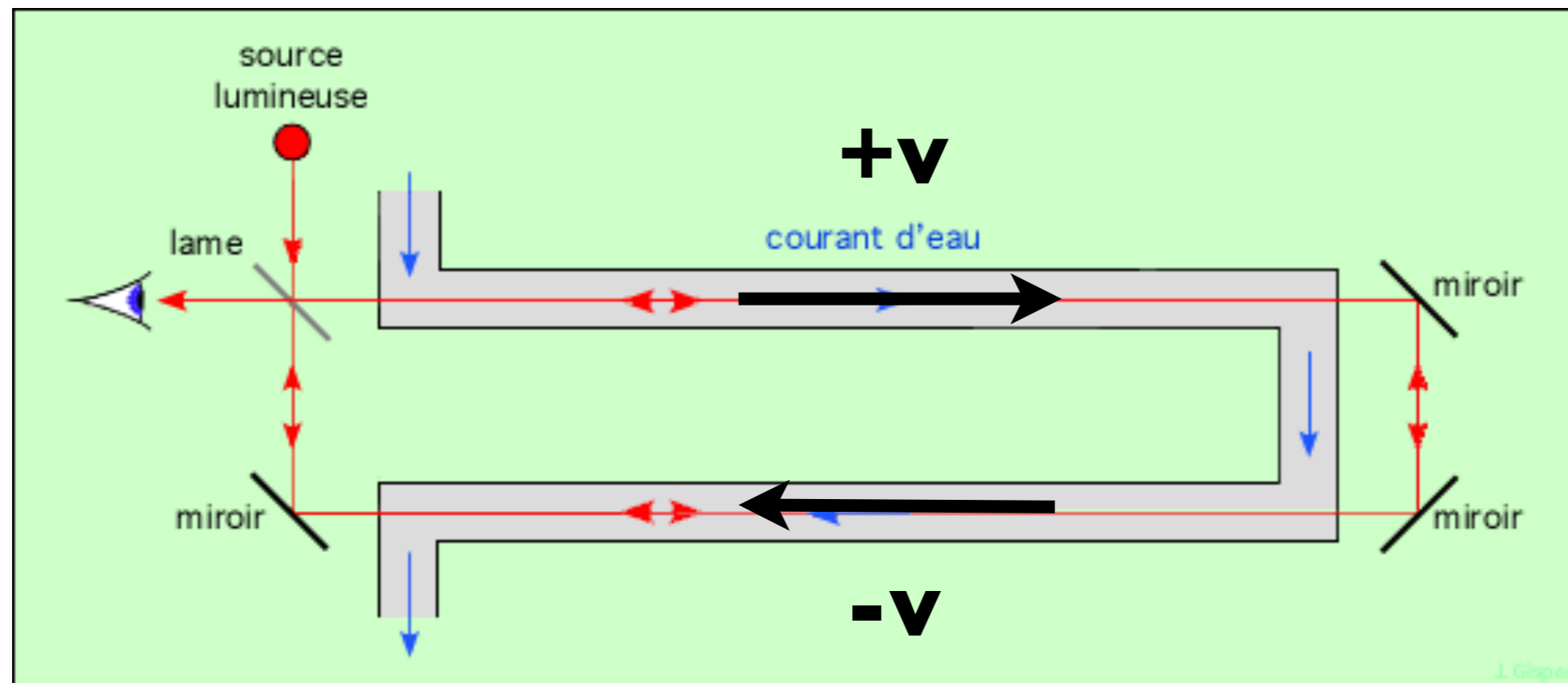


$$V = 4/5c$$



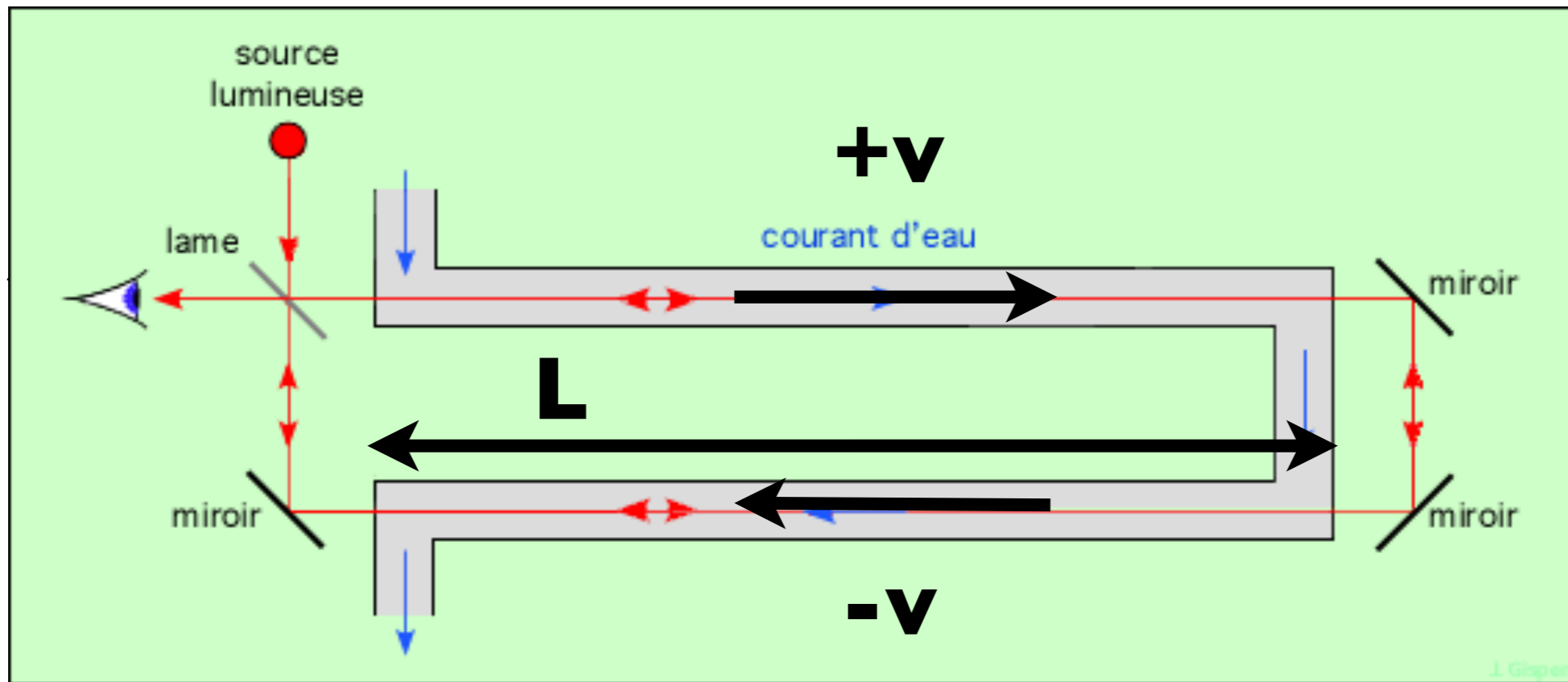
Expérience de Fizeau

1851 : étude de la vitesse de la lumière dans un milieu transparent (eau) en mouvement.



$$V' = \frac{c}{n} \quad \text{indice de réfraction : } 1,33$$

Expérience de Fizeau



$$V_{\pm} = \frac{V' \pm v}{1 \pm vV'/c^2}$$



$$t_- - t_+ = 2L \left(\frac{1}{V_-} - \frac{1}{V_+} \right) \simeq 4L(n^2 - 1) \frac{v}{c^2}$$

Expérience de Fizeau

$$t_- - t_+ = 2L \left(\frac{1}{V_-} - \frac{1}{V_+} \right) \simeq 4L(n^2 - 1) \frac{v}{c^2}$$

- En accord avec les résultats de Fizeau.
- A permis à l'époque de valider l'hypothèse selon laquelle l'éther est partiellement entraînée par le déplacement de l'eau.
- Rétrospectivement, confirmation remarquable de la loi de composition des vitesses en relativité restreinte, plus de 50 ans avant sa naissance !

Conclusion

- Postulat extrêmement simple : les lois de la physique sont invariantes par changement de référentiel inertiel.
- Conséquences qui défient le sens commun :
 - ★ Temps relatif à un observateur
 - ★ Dilatation des temps
 - ★ Remise en cause de la notion de simultanéité absolue et possibilité d'inversion d'ordre temporel
 - ★ Contraction des longueurs
 - ★ Equivalence masse-énergie
- Mais motivée et vérifiée par l'expérience.
- Indispensable à plusieurs sciences et technologies : énergie nucléaire, GPS, astrophysique etc

Conclusion

- La relativité restreinte a changé notre **représentation du monde**.
- Elle décrit les **propriétés générales de l'espace et du temps** : chronogéométrie. C'est une « super-loi physique » (Wigner) ou encore une « **théorie cadre** ».
- On décrit ensuite les phénomènes physiques à l'aide de théories particulières (hydrodynamique, physique quantique ...) à l'intérieur de ce cadre.